

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СТАТИСТИК ВЫСОКОГО ПОРЯДКА ПРИ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОЙ РАДИОЛОКАЦИИ

*Баев А.Б., Кузнецов Ю.В.*

Московский государственный авиационный институт (технический университет)  
125871, Москва, Волоколамское шоссе, 4  
Тел.: (095) 158-68-39, Fax: (095) 158-16-97  
E-mail: mai\_k405@mtu-net.ru

**Реферат.** В работе представлен метод оценивания информационных параметров сигналов, представляющих собой сумму затухающих синусоид, основанный на использовании статистик высокого порядка. Показано, что применение кумулянтов третьего порядка позволяет улучшить качество определения полюсов резонансной модели объектов на 5-7 дБ по сравнению с традиционными алгоритмами и снизить порог работоспособности методов цифровой обработки сигналов сверхширокополосной радиолокации вплоть до отношения сигнал/шум порядка 5 дБ при гауссовском шуме, ограниченном по полосе.

## 1. Введение

Известно, что различные физические объекты, такие, как автомобили, самолеты и др., являются источниками специфических широкополосных электромагнитных излучений, которые возможно использовать для их различения. Наиболее информативными с этой точки зрения являются собственные электромагнитные излучения в резонансной области частот, соответствующей геометрическим размерам и форме объектов [1]. Для реальных физических объектов с характерными размерами от долей до десятков метров резонансная полоса частот лежит в диапазоне от единиц до сотен МГц.

Возбудителем таких собственных электромагнитных излучений могут быть как физические процессы, связанные с функционированием самих объектов (электростатические разряды, процессы в двигателях внутреннего сгорания, сопровождающиеся искрообразованием, возбуждения от факела реактивного двигателя ракет и др.), так и зондирующие сигналы локационных станций, если спектр этих сигналов перекрывает резонансную область частот объекта. Из литературы известно, что возбуждаемые этими процессами колебания носят затухающий осциллирующий характер, частота и показатели затухания которых определяются формой и размерами объекта.

Для оценивания параметров резонансных моделей объектов используются различные методы и алгоритмы, которые в общем случае делятся на линейные и нелинейные. К классу линейных алгоритмов относится, например, метод Прони, осуществляющий аппроксимацию данных с использованием детерминированной экспоненциальной модели. К классу нелинейных алгоритмов относятся методы, основанные на использовании разложения матриц данных на сингулярные числа. Наиболее известными представителями этого класса алгоритмов являются метод расщепления функции, MUSIC, ESPRIT и другие [2].

В последнее время в научной литературе все большее внимание уделяется применению статистик высокого порядка при обработке сигналов [3]. Этому способствует следующие факты:

- кумулянты выше второго порядка от гауссовского процесса тождественно равны нулю, поэтому гауссовский шум может быть значительно подавлен при использовании кумулянтной обработки, что приведет к увеличению помехоустойчивости методов цифровой обработки;
- кумулянты от негауссовских процессов несут информацию в виде статистик высокого порядка рассматриваемого сигнала;
- кумулянты являются статистиками, чувствительными к фазе, что позволяет обнаруживать компоненты сигнала, связанные по фазе.

Основной целью данной работы является исследование цифрового метода оценивания параметров резонансной модели объектов, основанного на использовании статистик высокого порядка, в присутствии гауссовского шума, ограниченного по полосе, а также проведение сравнительного анализа этого метода с традиционными алгоритмами (методом Прони, методом расщепления функции) и выработке рекомендаций по его использованию.

## 2. Резонансная модель собственных излучений объектов

Основываясь на резонансной модели рассеяния, проведем синтез позднейшей части отклика объекта на возбуждающее воздействие. Такая модель позволит нам оценивать эффективность и точность алгоритмов цифровой обработки сигналов. Для анализа и численного моделирования представим такой сигнал в виде:

$$y_k = x_k + n_k = \sum_{t=1}^M |b_t| \exp [(\sigma_t + j\omega_t)k + j\varphi_t] + n_k, \quad (1)$$

где  $k = 0, 1, \dots, N - 1$  – номера отсчетов сигнала  $y_k$ ;  $N$  – число отсчетов данных;  $M$  – порядок модели;  $n_k$  – отсчеты шума;  $|b_t|$ ,  $\varphi_t$ ,  $\alpha_t$  и  $\omega_t$  – значения амплитуд, начальных фаз, коэффициентов затухания и частот компонент сигнала соответственно. Полюса  $z_t = \exp(\alpha_t + j\omega_t)$  и вычеты  $b_t = |b_t| \exp(j\varphi_t)$  существуют комплексно-сопряженными парами, поскольку значения отсчетов сигнала – действительные числа.

Модель полезного сигнала  $x_k$  должна согласовываться с реальными размерами объектов, подлежащих идентификации, поэтому, основываясь на результатах экспериментов, описанных в [4], положим, что основные резонансные частоты цели составляют  $f_1 = 6$  МГц,  $f_2 = 25$  МГц и  $f_3 = 100$  МГц, что соответствует геометрическим размерам таких объектов, как автомобиль и т.п. В этом случае полезный сигнал будет представлять собой сумму трех затухающих синусоид. Особенностью исследуемого сигнала является низкая добротность полюсов резонансной модели, поэтому положим, что величины добротностей на частотах  $f_1, f_2, f_3$  соответственно составляют  $Q_1 = 2, Q_2 = 2,25, Q_3 = 2,5$ , а амплитуды гармонических составляющих связаны друг с другом соотношением  $b_1 : b_2 : b_3 = 0,2 : 0,4 : 0,9$ . Начальные фазы гармонических составляющих сигнала – произвольные.

Модель аддитивного шума  $n_k$  должна соответствовать условиям реального эксперимента, поэтому положим что белый гауссовский шум с бесконечной полосой подвергается ограничению по частоте на уровне 150 МГц. Уровень шума будем задавать величиной дисперсии. Отношение сигнал/шум при этом будем оценивать по формуле:

$$\text{SNR} = 10 \cdot \lg \left( \frac{M(x_k^2)}{M(n_k^2)} \right), \quad (2)$$

где  $M(\bullet)$  – математическое ожидание. Реализация сигнала с шумом при отношении сигнал/шум  $\text{SNR} = 30$  дБ представлена на рис. 1.

Таким образом, нами получена математическая модель сигнала, соответствующая собственному электромагнитному излучению автомобиля, с помощью которой мы будем исследовать алгоритмы оценивания параметров резонансной модели объектов.

Рис. 1. Реализация сигнала с шумом при отношении сигнал/шум  $\text{SNR} = 30$  дБ

### 3. Метод, основанный на использовании статистик третьего порядка

Метод оценки параметров резонансной модели объектов, основанный на использовании статистик третьего порядка, состоит из трех основных этапов. На первом этапе вычисляется последовательность кумулянтов третьего порядка исследуемого сигнала:

$$R(m, n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} y_k \cdot y_{k+m}^* \cdot y_{k+n}^* , \quad (3)$$

где «\*» означает комплексное сопряжение. На втором этапе составляется система линейных уравнений

$$\mathbf{R}_y \cdot \mathbf{a}' = -\mathbf{r}_y , \quad (4)$$

где

$$\mathbf{a}' = (a_1 \ a_2 \ \dots \ a_M)^T \quad (5)$$

– вектор коэффициентов авторегрессионной модели сигнала  $x_k$ ,  $T$  – операция транспонирования;

$$\mathbf{R}_y = \begin{pmatrix} R(2, 2) & R(3, 3) & \dots & R(M+1, M+1) \\ R(3, 3) & R(4, 4) & \dots & R(M+2, M+2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R(M+1, M+1) & R(M+2, M+2) & \dots & R(2M, 2M) \end{pmatrix} , \quad (6)$$

$$\mathbf{r}_y = (R(1, 1) \ R(2, 2) \ \dots \ R(M, M))^T . \quad (7)$$

Решение линейной системы (4) по критерию минимума нормы задается следующим выражением [3]:

$$\mathbf{a}' = \left( (\mathbf{R}_y)^H \cdot \mathbf{R}_y \right)^{-1} \cdot (\mathbf{R}_y)^H \cdot \mathbf{r}_y , \quad (8)$$

где  $H$  – комплексное сопряжение и транспонирование. На третьем этапе метода оценивания параметров резонансной модели из найденных коэффициентов  $\mathbf{a}'$  формируется полином

$$\Psi(z) = \sum_{t=0}^M a_t z^{M-t} \quad (9)$$

и определяются его корни  $z_t$ , дающие оценки коэффициентов затухания и частот резонансной модели  $\alpha_t$  и  $\omega_t$  для каждого экспоненциального члена:

$$\alpha_t = \frac{\ln|z_t|}{T} ; \quad \omega_t = \frac{1}{T} \cdot \arctg \left[ \frac{\text{Im}\{z_t\}}{\text{Re}\{z_t\}} \right] , \quad (10)$$

где  $T$  – интервал дискретизации отсчетов входного сигнала.

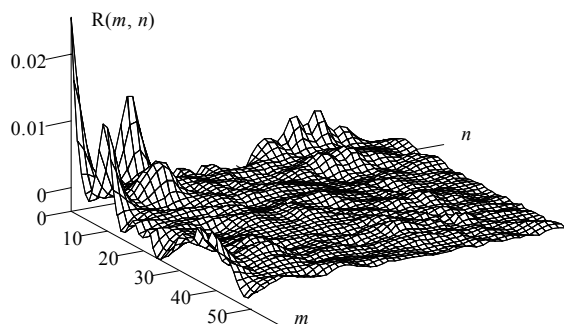


Рис. 2. Двумерная последовательность кумулянтов третьего порядка резонансной модели объектов

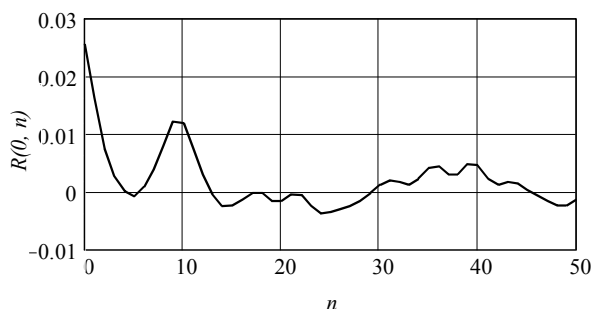


Рис. 3. Сечение  $R(0, n)$  последовательности кумулянтов третьего порядка резонансной модели объектов

Формирование матрицы  $\mathbf{R}_y$  и вектора  $\mathbf{r}_y$  можно производить различными способами. Например, в [3] матрицы составляются из диагональных элементов последовательности кумулянтов (3). В результате проведенных численных экспериментов нами было установлено, что такое сечение не является оптимальным для нашей модели. Для последовательности кумулянтов третьего порядка, определенной по формуле (3) и изображенной на рис. 2, наиболее информативным с нашей точки зрения является сечение, совпадающее с одной из координатных осей (рис. 3). Поэтому в дальнейшем при составлении матрицы (6) мы будем использовать не диагональные, а осевые элементы последовательности кумулянтов третьего порядка.

#### 4. Результаты численного моделирования

Ранее было установлено [5], что при отношении сигнал/шум  $\text{SNR} = 20$  дБ традиционные методы оценивания параметров резонансной модели, такие как метод Прони, метод расщепления функции, перестают работать. Ввиду этого проведем сравнение этих методов с методом, основанном на использовании статистик третьего порядка. На рис. 4 – 6 представлены результаты оценки полюсов различными методами при отношении сигнал/шум  $\text{SNR} = 5$  дБ для 50 независимых реализаций шума. Кружочками помечены истинные значения полюсов сигнала, точками – результаты оценки полюсов.

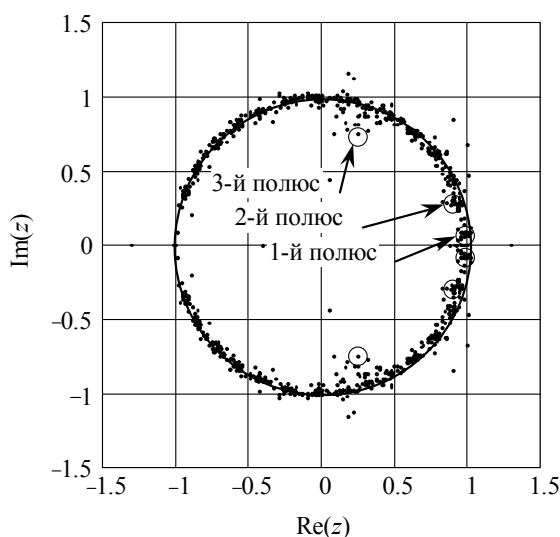


Рис. 4. Полюса на  $z$ -плоскости, определенные с помощью метода Прони при  $\text{SNR} = 5$  дБ

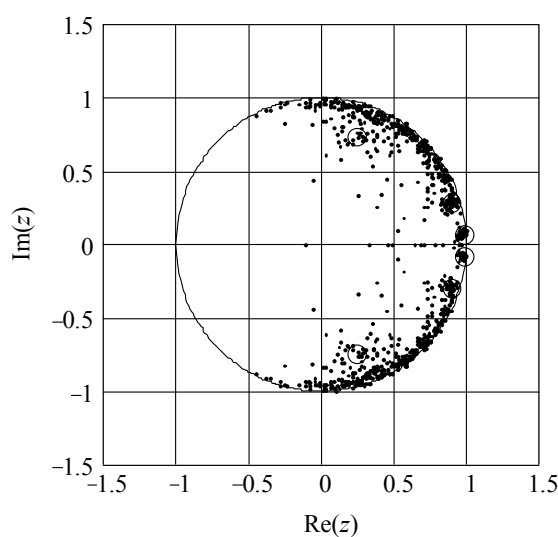


Рис. 5. Полюса на  $z$ -плоскости, определенные с помощью метода расщепления функции при  $\text{SNR} = 5$  дБ

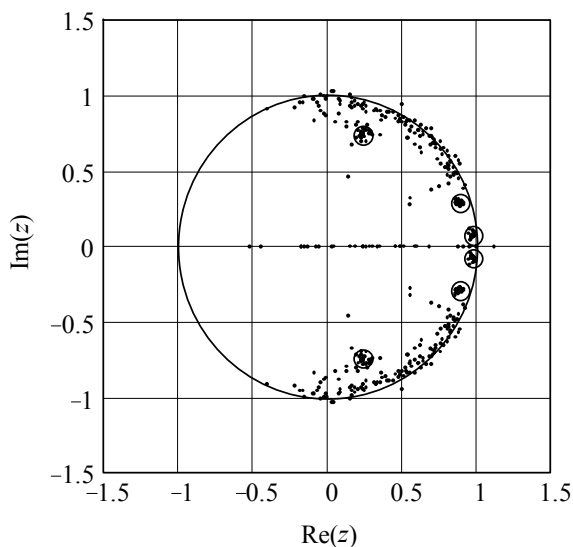


Рис. 6. Полюса на  $z$ -плоскости, определенные с помощью метода, основанного на использовании статистик высокого порядка при  $\text{SNR} = 5$  дБ

Из рисунков видно, что при таком отношении сигнал/шум метод Прони дает оценки полюсов, значительно отличающиеся от их истинных значений. Метод расщепления функции позволяет получить более точные оценки полюсов, а оценки полюсов для метода, основанного на использовании статистик высокого порядка, в основном сконцентрированы возле истинных значений.

С целью сравнения на количественной основе эффективности рассмотренных выше методов оценки параметров резонансной модели будем использовать дисперсию полюсов:

$$D = \sum_{i=1}^K \left( \frac{|z_{t,i} - z_t|}{\sigma_t} \right)^2 / K, \quad (12)$$

где  $z_t$  –  $t$ -й полюс сигнала,  $z_{t,i}$  – полюс, определенный в результате  $i$ -го опыта,  $\sigma_t$  – коэффициент затухания  $t$ -го полюса,  $K = 50$  – число опытов, в каждом из которых генерировался новый гауссовский шум, ограниченный по полосе. Отношение сигнал/шум оценивалось по формуле (2). Полученные результаты для метода, основанного на использовании статистик высокого порядка, представлены на рис. 7.

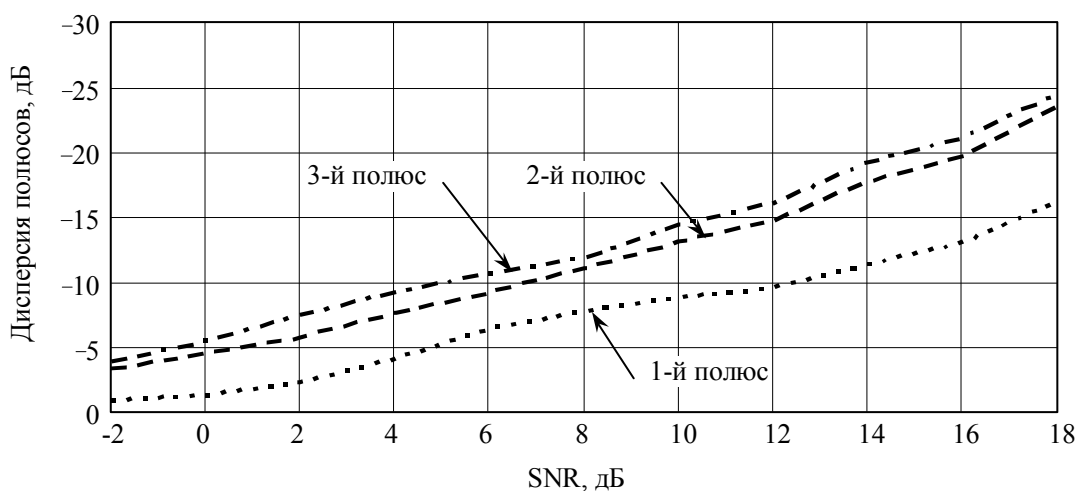


Рис. 7. Зависимость дисперсии полюсов от отношения сигнал/шум для метода, основанного на использовании статистик высокого порядка

На основании иллюстрируемых рис. 7 зависимостей можно сделать вывод о том, что точность определения низкочастотного полюса ниже, чем у высокочастотного и увеличивается при увеличении отношения сигнал/шум монотонно. Ввиду этого сравнение различных методов произведем по точности оценки первого и третьего полюсов.

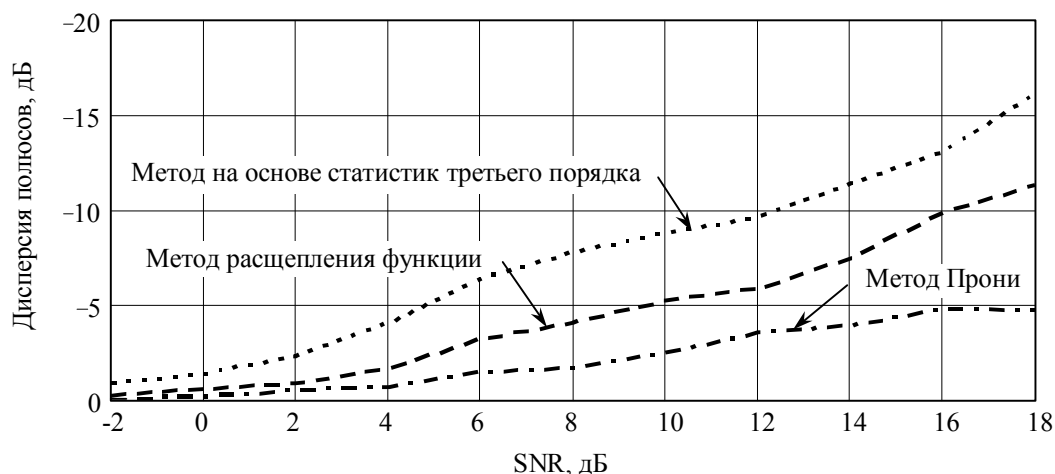


Рис. 8. Зависимость дисперсии первого полюса от отношения сигнал/шум

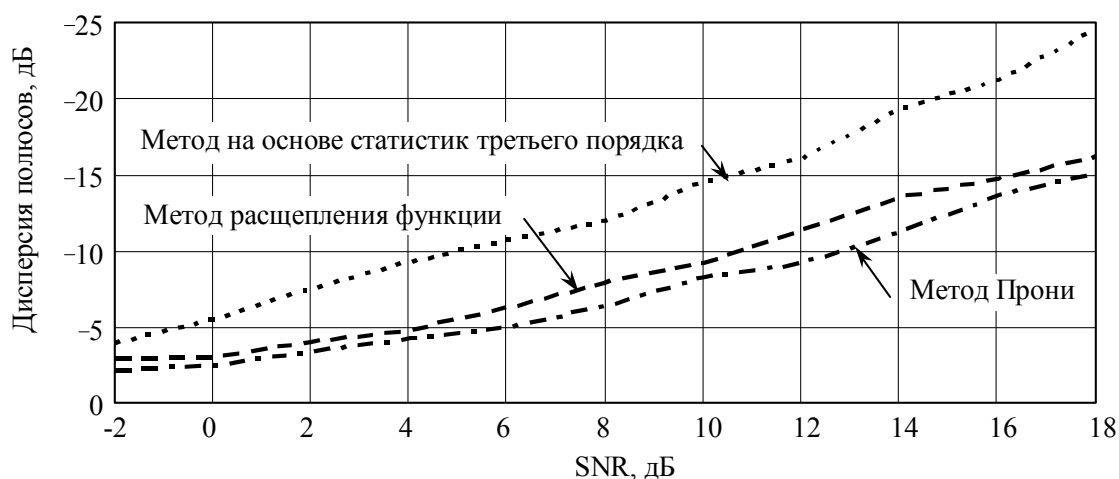


Рис. 9. Зависимость дисперсии первого полюса от отношения сигнал/шум

Из рис. 8, 9 видно, что при всех отношениях сигнал/шум метод на основе статистик третьего порядка дает оценки полюсов для самого низкочастотного полюса на 5-7 дБ более точные, нежели метод Прони или метод расщепления функции. Для самого высокочастотного полюса выигрыш в точности определения полюсов резонансной модели снижается до 4-6 дБ. Если в качестве порогового уровня точности определения полюсов сигнала задаться величиной дисперсии  $D = -5$  дБ, то из рис. 8, 9 видно, что метод Прони дает удовлетворительные результаты для самого низкочастотного метода лишь при отношении сигнал/шум  $SNR = 16$  дБ, метод расщепления функции — при отношении сигнал/шум  $SNR = 10$  дБ, в то время, как метод на основе статистик третьего порядка перестает работать лишь при  $SNR = 5$  дБ. Для высокочастотного полюса шумовая граница работоспособности метода на основе статистик третьего порядка составляет  $SNR = -0,5$  дБ.

## 5. Заключение

В данной работе рассматривался метод оценки параметров резонансной моделей объектов, основанный на использовании статистик третьего порядка и произведено его сравнение с традиционными алгоритмами: методом Прони, методом расщепления функции. В качестве модели исследуемого сигнала нами использовалась аддитивная смесь трех затухающих синусоид и гауссовского шума, ограниченного по полосе. С целью получения наилучших результатов при определении полюсов сигнала нами было выбрано наиболее информативное сечение моментов третьего порядка, состоящее из осевых элементов последовательности кумулянтов третьего порядка.

По результатам проведенных исследований можно сделать вывод о том, что использование статистик третьего порядка совместно с традиционными методами оценивания параметров резонансной модели приводит к увеличению точности оценивания полюсов на 5-7 дБ по сравнению с традиционными алгоритмами. При этом выигрыш в отношении сигнал/шум составляет порядка 10-15 дБ, что может позволить увеличить дальность действия радиолокационных систем до трех раз.

## Библиография

1. С.Е. Baum, "The Singularity Expansion Method," in *Transient Electromagnetic Fields*, L.B. Felson, Ed. New York: Springer-Verlag, 1976, ch. 3, pp. 129-179.
2. S. Lawrence Marple, Jr., "Digital Spectral Analysis with Applications," Moscow: "MIR", 1990.
3. С.К. Papadopoulos and С.Л. Nikias, "Parameter Estimation of Exponentially Damped Sinusoids Using Higher Order Statistics," *IEEE Trans. on Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 38, pp. 1424-1436, 1990.
4. E. Rothwell, D. P. Nyquist, K. M. Chen, and B. Drachman "Radar Target Discrimination Using the Extinction-pulse Technique," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-33, NO. 9, Sept. 1985.
5. Y.V. Kuznetsov, V.Y. Chtchekatourov, A.B. Baev, "Identification of the Natural Frequencies of an Object by Using the Processing of Target - Signature Data in the Presence of Noise," Fourth Scientific Exchange Seminar, Moscow: MAI, 1996.