

Министерство науки, высшей школы и технической политики  
Российской Федерации  
КОМИТЕТ ПО ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ

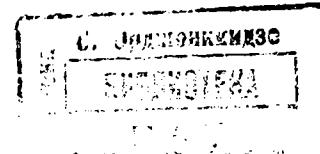
МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА И ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ  
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ имени СЕРГО ОРДОНОНИКИДЗЕ

В.В. ГОЛОВАНОВ А.О. ЯКОВЛЕВ

ПРОЕКТИРОВАНИЕ АНАЛОГОВЫХ  
И ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ

Учебное пособие  
к курсовой работе

Утверждено  
на заседании редсовета  
15 октября 1992 г.



Москва  
Издательство МАИ  
1993

Голованов В.В., Яковлев А.О. Проектирование аналоговых и цифровых фильтров: Учебное пособие к курсовой работе. - М.: Изд-во МАИ, 1993. - 56 с.: ил.

Рассматривается порядок решения задач аппроксимации и реализации при синтезе частотно-избирательных фильтров. Включены методики проектирования *LC*- и *ARC*-структур, дискретных и цифровых фильтров. Пособие ориентировано на задания курсовой работы, выполняемой в соответствии с учебным планом курса "Радиотехнические цепи и сигналы".

Для студентов радиотехнических специальностей дневной и вечерней форм обучения.

Рецензенты: Л.Б. Неронский, Е.Д. Проценко

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Издание настоящего учебного пособия предпринято в целях оказания помощи студентам, выполняющим курсовую работу "Синтез фильтров" в рамках курса "Радиотехнические цепи и сигналы". В связи с тем, что указанный курс носит в большей степени теоретический и в меньшей – прикладной характер, студентам предлагается освоить только главные элементы процедуры проектирования частотно-избирательных фильтров, сводящиеся к получению передаточной функции, выбору способа реализации фильтра и расчету основных элементов принципиальной схемы. Решаемые в работе задачи носят учебный характер, предназначены для практического закрепления теоретических сведений, полученных студентами на лекционных и семинарских занятиях, поэтому многие вопросы, которые нельзя обойти при реальном инженерном проектировании фильтров, остаются за пределами курсовой работы.

Задания, предлагаемые студентам, могут существенно отличаться друг от друга, какого-то единого, стандартного образца задания нет. Это обусловило такое построение пособия, которое позволяет использовать только отдельные его разделы, непосредственно касающиеся решаемых в конкретной курсовой работе вопросов.

Учебное пособие имеет небольшой объем, поэтому в нем приводятся только самые необходимые сведения. В тексте даются ссылки на более глубокие и подробные издания, к которым следует обращаться, если информации, содержащейся в данном пособии, оказывается недостаточно.

$$\delta_n = 1 - 10^{-0.05 a_n}, \quad \delta_3 = 10^{-0.05 a_3}$$

Типичные АЧХ ФНЧ, ФВЧ, ШФ и ПЗФ приведены на рис. I.2. Они должны попадать в коридор, который формируется граничными значениями параметров, указанных выше.

### I. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ. ЭТАПЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Задача синтеза фильтра состоит в разработке электрической схемы устройства, обладающего требуемыми частотными и временными характеристиками. Курсовая работа предполагает проектирование фильтра на основе требований к форме его характеристики затухания. Если задание предусматривает синтез фильтра низких частот (ФНЧ) или фильтра верхних частот (ФВЧ), то в нем приводятся следующие исходные параметры:

- $f_p$  - граничная частота полосы пропускания,
- $f_z$  - граничная частота полосы задерживания,
- $a_n$  - максимально допустимое затухание в полосе пропускания,
- $a_3$  - минимально допустимое затухание в полосе задерживания.

В случае синтеза полосно-пропускающего фильтра (ШФ) или полосно-задерживающего фильтра (ПЗФ) вводятся требования к верхним и нижним граничным частотам полосы пропускания и полосы задерживания ( $f_{zN}$ ,  $f_{pN}$ ,  $f_{zB}$ ,  $f_{pB}$ ).

Удобно представлять исходные данные в виде графика допусков. Пример такого графика для ФНЧ показан на рис. I.1. Частотная характеристика затухания  $a(f)$ , также изображенная на рисунке, должна располагаться в незаштрихованной области.

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) фильтра  $K(f)$  и характеристика затухания  $a(f)$  связаны друг с другом выражением

$$a(f) = -20 \lg K(f),$$

поэтому при рассмотрении требований к АЧХ необходимо вместо допусков  $a_n$

и  $a_3$  ввести параметры:  $\delta_n = 1 - 10^{-0.05 a_n}$  - допустимую неравномерность в полосе пропускания и  $\delta_3 = 10^{-0.05 a_3}$  - максимально допустимую передачу в полосе задерживания, причем

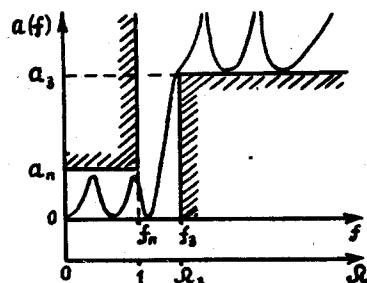


Рис. I.1

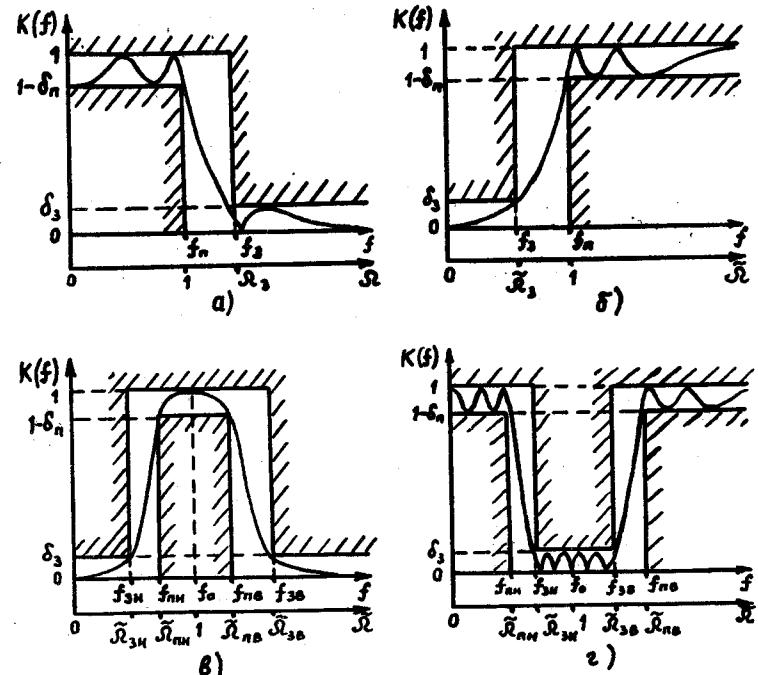


Рис. I.2

Процедура проектирования частотно-избирательного фильтра включает в себя два основных этапа:

1) **этап аппроксимации**, в ходе которого подбирается передаточная функция, удовлетворяющая заданным требованиям (АЧХ, выделенная из аппроксимирующей передаточной функции, не должна выходить за пределы заданного коридора допусков);

2) **этап реализации**, суть которого - в выборе принципа реализации передаточной функции, разработке и расчете конкретной схемы фильтра, обладающего найденной передаточной функцией.

Порядок выполнения первого этапа достаточно хорошо разработан, поставленная задача решается с использованием какого-либо из многочисленных справочников по расчету фильтров (см., напри-

мер, [1-5]). Решение задачи в рамках второго этапа многовариантно. Это связано с тем, что известно довольно много принципов и схем, позволяющих реализовать найденную передаточную функцию. В ходе выполнения курсовой работы обычно предлагается синтезировать несколько различных структур фильтра. Ниже рассматривается порядок проектирования  $L\mathcal{C}$ -фильтров с лестничной и с каскадной структурой,  $LC$ -фильтров, собираемых из звеньев первого и второго порядка, и безиндуктивных фильтров, использующих гираторы, дискретных и цифровых фильтров. Конечно, этим списком не исчерпываются способы реализации частотно-избирательных фильтров.

Не следует думать, что этапами аппроксимации и реализации ограничивается процесс проектирования на серьезном инженерном уровне. Это далеко не так. Необходимо провести контроль решения, заключающийся в оценке выполнимости дополнительных ограничительных условий, т.е. в ответах на вопросы, сможет ли фильтр устойчиво работать в заданном динамическом диапазоне, как повлияет нестабильность элементов схемы на АЧХ и не выйдет ли последняя при этом за пределы коридора допусков. Кроме того, необходима проработка вопросов технического исполнения и технологии изготовления реального устройства. После изготовления схемы в ряде случаев требуется ее настройка, позволяющая довести характеристики схемы до заданного уровня.

## 2. АППРОКСИМАЦИЯ ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ФИЛЬТРА

### 2.1. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ШАГОВ

На этапе аппроксимации необходимо проделать следующее:

- 1) Выбрать тип фильтра.
- 2) Пересчитать исходные данные в требования к фильтру-прототипу низких частот (ФНЧ-прототипу).
- 3) Определить минимальный порядок ФНЧ-прототипа, нули и полюсы его передаточной функции (с помощью справочника).
- 4) Пересчитать нули и полюсы ФНЧ-прототипа в нули и полюсы синтезируемого фильтра.
- 5) Записать передаточную функцию фильтра, найти и построить АЧХ или характеристику затухания.

### 2.2. ТИП ФИЛЬТРА

Существует ряд типов фильтров, различающихся по характеру их передаточных функций. Студентам предлагается выбирать из трех разновидностей: фильтр Баттерворта, фильтр Чебышева, эллиптический (Каэра-Золотарева) фильтр. Каждый из указанных типов в определенном смысле оптимальен. Главная же особенность состоит в том, что заданную избирательность фильтр Чебышева обеспечивает при меньшем порядке, чем фильтр Баттерворта, а эллиптический фильтр в этом смысле лучше чебышевского. Подробнее свойства различных типов фильтров описаны, например, в [4, с. 41, 42], [5, с. 10-12, 22-24], [6, с. 10-14] и других изданиях. Может случиться и так, что тип фильтра уже задан, и студенту не придется ломать голову над этой, по правде говоря, не слишком сложной проблемой.

### 2.3. ТРЕБОВАНИЯ К ФНЧ-ПРОТОТИПУ

Для того чтобы не было привязки начального этапа расчета к конкретным значениям частот и, следовательно, приводимые в справочниках таблицы и графики имели большую общность, осуществляется нормировка частотной оси и ее трансформация таким образом, чтобы свести характеристики ФНЧ, ФВЧ, ШПФ, ПЗФ к характеристикам эквивалентного ФНЧ-прототипа.

АЧХ ФНЧ-прототипа определена на нормированной оси частот, причем граничная частота полосы пропускания  $\tilde{\Omega}_n = 1$ , а граничная частота полосы задерживания  $\tilde{\Omega}_s > 1$ . В качестве нормирующей частоты для ФНЧ и ФВЧ выбирается граничная частота полосы пропускания  $f_n$ , а для ШПФ и ПЗФ – центральная частота полосы пропускания (задерживания)  $f_0$ . Формулы для вычисления нормированных частот синтезируемого фильтра и его ФНЧ-прототипа приведены в табл. 2.1. Обозначение частоты с тильдой ( $\tilde{\Omega}$ ) относится к проектируемому фильтру, а без тильды ( $\Omega$ ) – к ФНЧ-прототипу. При синтезе ШПФ и ПЗФ определяется коэффициент геометрической асимметрии  $\gamma$ , в зависимости от значения которого по-разному вычисляют нормированные частоты. Важно проконтролировать, чтобы всегда выполнялись условия:  $\tilde{\Omega}_{nv} \tilde{\Omega}_{nh} = 1$  и  $\tilde{\Omega}_{sv} \tilde{\Omega}_{sh} = 1$ . В противном случае невозможно правильное преобразование ШПФ и ПЗФ в ФНЧ-прототип.

Таблица 2.1

ФНЧ	ФВЧ
$\tilde{\Omega}_n = \Omega_n = 1$ ; $\tilde{\Omega}_3 = \Omega_3 = \frac{f_3}{f_n} > 1$	$\tilde{\Omega}_n = \Omega_n = 1$ ; $\tilde{\Omega}_3 = \frac{f_3}{f_n} < 1$ $\Omega_3 = \frac{f_n}{f_3} = \frac{1}{\tilde{\Omega}_3} > 1$
ППФ	ПЗФ
$f_0 = \sqrt{f_{nB} f_{nH}}$ ; $\tilde{\Omega}_{nH} = \frac{f_{nH}}{f_0}$ ; $\tilde{\Omega}_{nB} = \frac{f_{nB}}{f_0}$ $\eta = \frac{f_{3B} f_{3H}}{f_0^2}$ Если $\eta < 1$ , то $\tilde{\Omega}_{3B} = \frac{f_{3B}}{f_0}$ ; $\tilde{\Omega}_{3H} = \frac{1}{\tilde{\Omega}_{3B}}$ Если $\eta > 1$ , то $\tilde{\Omega}_{3H} = \frac{f_{3H}}{f_0}$ ; $\tilde{\Omega}_{3B} = \frac{1}{\tilde{\Omega}_{3H}}$ $\Omega_3 = \frac{\tilde{\Omega}_{3B} - \tilde{\Omega}_{3H}}{\tilde{\Omega}_{nB} - \tilde{\Omega}_{nH}} > 1$	$f_0 = \sqrt{f_{3B} f_{3H}}$ ; $\tilde{\Omega}_{3H} = \frac{f_{3H}}{f_0}$ ; $\tilde{\Omega}_{3B} = \frac{f_{3B}}{f_0}$ $\eta = \frac{f_{nB} f_{nH}}{f_0^2}$ Если $\eta < 1$ , то $\tilde{\Omega}_{nB} = \frac{f_{nB}}{f_0}$ ; $\tilde{\Omega}_{nH} = \frac{1}{\tilde{\Omega}_{nB}}$ Если $\eta > 1$ , то $\tilde{\Omega}_{nH} = \frac{f_{nH}}{f_0}$ ; $\tilde{\Omega}_{nB} = \frac{1}{\tilde{\Omega}_{nH}}$ $\Omega_3 = \frac{\tilde{\Omega}_{nB} - \tilde{\Omega}_{nH}}{\tilde{\Omega}_{3B} - \tilde{\Omega}_{3H}} > 1$

Итак, требования к АЧХ ФНЧ-прототипа найдены. Они выражаются тремя параметрами:  $a_n$ ,  $a_3$  (такие же, как и в задании) и  $\Omega_3$ .

#### 2.4. ПОРЯДОК, НУЛИ И ПОЛЮСЫ ФНЧ-ПРОТОТИПА

Минимальный порядок ФНЧ-прототипа, необходимый для того, чтобы его АЧХ укладывалась в коридор допусков (см. рис. I.2), определяется с помощью специальных графиков, которые можно найти, например, в [I, с. 21-25]. Примерный вид графиков показан на рис. 2.1. Для того чтобы воспользоваться ими, осталось лишь рассчитать суммарное затухание  $a_z$  по формуле

$$a_z = a_3 + \Delta a,$$

где  $\Delta a$  – дополнительное затухание, определяемое по известному допустимому затуханию в полосе пропускания  $a_n$  из табл. 2.2. Если в таблице

нет нужной величины  $a_n$ , то необходимо взять ближайшее из меньших, чем заданное, значений. Вслед за этим нужно посмотреть, как лежится точка с координатами  $\Omega_3$  и  $a_z$  на график ( обратите внимание, что для каждого типа фильтра график свой). Если она оказалась между линиями, определяющими порядок фильтра, а так скорее всего и произойдет, то нужно взять наибольший порядок.

Таблица 2.2

$a_n$ , дБ	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,5	1	2	3
$\Delta a$ , дБ	26,4	23,4	19,4	16,3	13,3	9,1	5,9	2,3	0

Основной объем справочника [I] занимают таблицы, которыми следует воспользоваться для определения нулей и полюсов передаточной функции ФНЧ-прототипа. Табл. 2.3 является примером построения таких таблиц. Каждая из них соответствует определенному значению порядка  $n$  и величине затухания  $a_n$  (заметьте, что в [I] она обозначена  $a_b$ ). Для табл. 2.3  $n = 5$  и  $a_b = 1,25$  дБ. Кроме того, существуют три разновидности чебышевских и эллиптических фильтров четных порядков (случаи  $a$ ,  $b$  и  $c$ ), обладающие небольшими различиями в частотных характеристиках (см. [I, с. 18-19]). Фильтры Баттервортса и Чебышева имеют в каждой таблице по одной строке. Они обозначены соответственно буквами  $P$  и  $T$ . Напротив, эллиптическим фильтром (обозначение  $C$ ) отведено гораздо больше места, поскольку их параметры зависят еще от одного показателя – модульного угла  $\theta$ . Для выбора нужной строки следует воспользоваться требуемыми значениями  $\Omega_3$  и  $a_z$  (их обозначения в [I] –  $\Omega_{\infty 2y}$  и  $a_g$ ), причем допустимо, что  $\Omega_3^* < \Omega_3$  и  $a_3^* > a_3$ , где  $\Omega_3^*$  и  $a_3^*$  – значения соответствующих параметров, имеющиеся в таблице. Если приведенные неравенства становятся строгими, то обеспечивается запас по затуханию и по граничной частоте полосы задерживания.

Из нужной таблицы и подходящей строки необходимо выписать нормированные координаты нулей и полюсов. Обратите особое внимание на то, что в [I] частоты нулей обозначаются  $\Omega_{\infty 2y}$ , потому что характеристика затухания на этих частотах стремится к бесконечности. Мы примем это обозначение. Нули лежат на мнимой оси плоскости комплексной частоты  $\rho$ , поэтому значения пары нулей записываются в виде  $\rho_{n1} = \pm j \Omega_{\infty 2y}$  ( $y$  – порядковый номер пары нулей). Координаты полюсов в таблице обозначены  $\alpha_y$  и  $\beta_y$ , а комплексные значения пары сопряженных полюсов выражаются как  $\rho_{ny} = \alpha_y \pm j \beta_y$ , причем  $\alpha_y < 0$ .

Таблица 2.3

$\theta$	$S_s$	$a_s$ , dB	$C_{21}-1$	$C_{21}$	$C_{21}$	$\Omega_{\infty 21}$	$\Omega_{\infty 11}$	$-a_{11}$	$\pm \beta_1$	$C$
P	1	1,384332	1,518136				0,000000	1,116123	0,000000	0,577350
	2	1,238184	0,801370				0,000000	0,902963	0,656041	
	3	0,276366					0,000000	0,344901	1,061496	
T	1	1,723964	1,556749				0,000000	0,266446	0,000000	9,23760
	2	2,073302	1,434461				0,587785	0,255561	0,608292	
	3	1,159766					0,951057	0,082337	0,984238	
40	1	1,636008	1,421343	0,118400	2,43673	0,000000	0,306084	0,000000	104,580	
	2	1,758639	1,031401	0,370821	1,616977	0,638200	0,211568	0,669664		
	3	0,839019				0,962119	0,063308	0,969995		
50	1,555724	57,1								
	1	1,581267	1,336637	0,197147	1,948029	0,000000	0,333896	0,000000	38,3756	
	2	1,594062	0,816650	0,673579	1,346139	0,670117	0,206619	0,708416		
60	1,305407	46,2					0,966303	0,052700	0,992817	
	1	1,506640	1,218079	0,313367	1,618533	0,000000	0,376028	0,000000	15,9187	
	2	1,409911	0,567633	1,257540	1,183392	0,713424	0,196576	0,760541		
	3	0,460451					0,975755	0,039972	0,995798	

Фильтры Баттервортса и Чебышева нулей не имеют. Для фильтров Чебышева и эллиптических фильтров в таблице приведены значения нормированных частот  $\Omega_{\infty}$ , которые являются нулями характеристики затухания и частотами "горбов" амплитудно-частотной характеристики в полосе пропускания. Этими величинами можно воспользоваться как справочными, они не нужны для записи передаточной функции. Последняя колонка таблицы содержит нормировочный коэффициент  $C$  передаточной функции. В табл. 2.3 есть графы, которые мы пока не использовали. В них даны нормированные значения емкостей и индуктивностей, применяемых при реализации лестничного  $LC$ -фильтра. Об этом будет сказано в разд. 3.1.

Вместо справочника [I] можно воспользоваться и другими, например [2-5]. При этом удается преодолеть один существенный недостаток справочника [I]: в нем отсутствуют данные для  $a_n = 3$  дБ. В ряде справочников (например, [5]) вместо координат полюсов и нулей приведены коэффициенты передаточной функции  $A, B$  и  $C$ . Однако эту информацию можно использовать для вычисления координат нулей и полюсов, применив следующие формулы:

$$\rho_p = \pm j\sqrt{A}, \quad \rho_n = -C \quad \text{для действительного полюса,}$$

$$\rho_p = -\frac{B}{2} \pm j\sqrt{C - \frac{B^2}{4}} \quad \text{для комплексно-сопряженных полюсов.}$$

## 2.5. НУЛИ И ПОЛЮСЫ СИНТЕЗИРУЕМОГО ФИЛЬТРА

Пересчет координат нулей и полюсов ФНЧ-прототипа в соответствующие параметры синтезируемого фильтра осуществляется по формулам, приведенным в табл. 2.4. При этом следует обратить внимание на следующие моменты:

1) данные формулы получены на основе правил замены комплексной переменной  $\rho$  при переходе от ФНЧ-прототипа к другим видам фильтров [I, с. 27-39], [6, с. 25-32];

2) каждый полюс или нуль при переходе от ФНЧ-прототипа к ШПФ или ПЗФ порождает два полюса или два нуля, так что порядок синтезируемого фильтра по сравнению с прототипом увеличивается в два раза;

3) помимо нулей, вычисленных по приведенным формулам, появляются дополнительные нули  $\rho_p = 0$ , количество которых (кратность) равно разности между числом полюсов  $n$  и нулей  $m$  в ФНЧ-прототипе; оказанное справедливо для ФВЧ и ШПФ и обусловлено пересчетом в начало координат  $\rho$ -плоскости  $n-m$ -кратного нуля ФНЧ-прототипа, расположенного в бесконечности;

Таблица 2.4

Тип фильтра	Нули	Полюсы
ФВЧ	$\tilde{p}_{0k, k+1} = \pm j \tilde{\Omega}_{\infty 2v},$ $\text{где } \tilde{\Omega}_{\infty 2v} = \frac{1}{\Omega_{\infty 2v}},$ $v=1, 2, \dots, \frac{m}{2}, k=1, 3, 5, \dots, m-1$ $\tilde{p}_{0l}=0, l=m+1, m+2, \dots, n$	$\tilde{p}_{n k, k+1} = \tilde{\alpha}_v \pm j \tilde{\beta}_v,$ $\text{где } \tilde{\alpha}_v = \frac{\alpha_v}{\alpha_v^2 + \beta_v^2}, \tilde{\beta}_v = \frac{\beta_v}{\alpha_v^2 + \beta_v^2},$ $v=1, 2, \dots, (n+1)/2,$ $l=0 (\text{n-четное}), l=1 (\text{n-нечетное}),$ $k=1, 3, 5, \dots, n-1 (\text{n-четное}),$ $k=1, 2, 4, 6, \dots, n-1 (\text{n-нечетное})$
ППФ, ПЗФ	$\tilde{p}_{0k, k+1} = \pm j \tilde{\Omega}_{\infty 2v+},$ $\tilde{p}_{0k+2, k+3} = \pm j \tilde{\Omega}_{\infty 2v-},$ $\text{где } \tilde{\Omega}_{\infty 2v\pm} = \sqrt{1 + \left(\frac{\Omega_{\infty 2v}}{2q}\right)^2 \pm \frac{\Omega_{\infty 2v}}{2q}},$ $(\text{ППФ}),$ $\tilde{\Omega}_{\infty 2v\pm} = \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2q\Omega_{\infty 2v}}\right)^2 \pm \frac{1}{2q\Omega_{\infty 2v}}},$ $(\text{ПЗФ}),$ $v=1, 2, \dots, \frac{m}{2}, k=1, 5, 9, \dots, 2m-3$ $\tilde{p}_{0l}=0,$ $l=2m+1, 2m+2, \dots, n+m$ $(\text{ППФ}),$ $\tilde{p}_{0l, l+1} = \pm j,$ $l=2m+1, 2m+3, \dots, 2n-1$ $(\text{ПЗФ})$	$\tilde{p}_{n k, k+1} = \tilde{\alpha}_{v+} \pm j \tilde{\beta}_{v-},$ $\tilde{p}_{n k+2, k+3} = \tilde{\alpha}_{v-} \pm j \tilde{\beta}_{v+},$ $\text{где } \tilde{\alpha}_{v\pm} = \frac{\alpha_v}{2q\gamma_v} \pm \sqrt{\frac{\alpha_v^2 + \epsilon}{2}},$ $\tilde{\beta}_{v\pm} = \sqrt{\frac{\alpha_v^2 - \epsilon}{2}} \pm \frac{\beta_v}{2q\gamma_v},$ $\epsilon = \left(\frac{\alpha_v}{2q\gamma_v}\right)^2 - \left(\frac{\beta_v}{2q\gamma_v}\right)^2 - 1,$ $\alpha = \sqrt{\epsilon^2 + \eta^2}, \eta = \frac{\alpha_v \beta_v}{2q^2 \gamma_v^2},$ $\gamma_v = \begin{cases} 1 & (\text{ППФ}), \\ \alpha_v^2 + \beta_v^2 & (\text{ПЗФ}), \end{cases}$ $v=1, 2, \dots, (n+l)/2,$ $l=0 (\text{n-четное}), l=1 (\text{n-нечетное}),$ $k=1, 5, 9, \dots, 2n-3 (\text{n-четное}),$ $k=1, 3, 7, 11, \dots, 2n-3 (\text{n-нечетное})$

$q = \frac{1}{\tilde{\Omega}_{\infty 2v} - \tilde{\Omega}_{\infty 2n}}, \quad \begin{matrix} n - \text{количество полюсов} \\ m - \text{количество нулей} \end{matrix} \} \text{б ФНЧ-прототипе}$

4) при переходе к ПЗФ каждый из  $n-m$  нулей ФНЧ-прототипа, находящихся в бесконечности, пересчитывается в пару нулей  $\tilde{p}_0 = \pm j$ ;

5) в результате пересчетов оказывается, что для ФВЧ и ПЗФ количество нулей равно количеству полюсов, а для ППФ число нулей на  $n-m$  меньше числа полюсов;

6) при вычислении полюсов ППФ и ПЗФ группируются значения  $\tilde{\alpha}_v$  и  $\tilde{\beta}_v$  с разными индексами "+" и "-", в результате чего полюс, расположенный на  $p$ -плоскости ближе к мнимой оси, имеет меньшую частоту.

Расчеты следует вести с высокой точностью, используя не менее 5-6 значащих цифр. В противном случае, особенно при высоком порядке фильтра, возможны серьезные искажения АЧХ.

Нули и полюсы передаточной функции полезно изображать графически в виде диаграммы, располагая их на плоскости комплексной частоты. Опытный взгляд на такую диаграмму позволяет легко распознать, какой тип фильтра, с каким видом частотных характеристик будет реализован. Типичные диаграммы нулей и полюсов ФНЧ, ФВЧ, ППФ и ПЗФ изображены на рис. 2.2. Рекомендуется поместить подобную диаграмму в пояснительную записку по курсовой работе. На рис. 2.2, в укрупненно показана часть диаграммы, где сгруппированы полюсы. Хорошо виден перекос во взаимном расположении полюсов, связанный с расщеплением действительных частей  $\tilde{\alpha}_v$  на  $\tilde{\alpha}_{v+}$  и  $\tilde{\alpha}_{v-}$ .

## 2.6. ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ И АЧХ

Располагая координатами нулей и полюсов синтезируемого фильтра, можно записать передаточную функцию:

$$K(p) = \frac{K_0 \prod_{k=1}^M (p - \tilde{p}_{0k})}{\prod_{k=1}^N (p - \tilde{p}_{nk})}, \quad (2.1)$$

где  $M$  – количество нулей,  $N$  – количество полюсов синтезируемого фильтра;  $K_0$  – нормировочный коэффициент. Диаграмма нулей и полюсов определяет передаточную функцию с точностью до постоянного множителя, но на форму АЧХ это не оказывает влияния. Если не требуется обеспечивать определенное значение коэффициента передачи фильтра на какой-либо характерной частоте, то коэффициент  $K_0$  можно выбрать произвольно, например положить равным единице. АЧХ удобно представлять в нормированном виде. С этой целью коэффициент  $K_0$  выбирается таким, чтобы  $\max |K(p=j\Omega)| = 1$ .

Значения коэффициента  $K_0$  для различных видов и типов фильтров приведены в табл. 2.5. В ней  $C$  – это коэффициент, взятый из последней колонки таблицы справочника [I],  $q = 1/(\tilde{\Omega}_{n\text{e}} - \tilde{\Omega}_{n\text{u}})$  – параметр преобразования для ШПФ и ПЗФ,  $n$  – порядок ФНЧ-прототипа,  $\alpha_n^*$  – значение максимального затухания в полосе пропускания, стоящее в заголовке используемой таблицы из [I] (оно может отличаться от заданного  $\alpha_n$ ).

Таблица 2.5

Фильтр	$n$	Случай	Значения коэффициента $K_0$			
			ФНЧ	ФВЧ	ППФ	ПЗФ
баттерворта			$\frac{1}{C}$	1	$\frac{1}{Cq^n}$	1
Чебышева	нечетное			1		
		б	$\frac{1}{C}$	$10^{-0,05\alpha_n^*}$	$\frac{1}{Cq^n}$	$10^{-0,05\alpha_n^*}$
Эллиптический	четное	с		1		
				$10^{-0,05\alpha_n^*}$	$\frac{1}{C}$	$10^{-0,05\alpha_n^*}$
	нечетное			1	$\frac{1}{Cq}$	1
		а			$\frac{1}{C}$	
		б			$\frac{1}{Cq}$	
		с		1	$\frac{1}{Cq^2}$	1

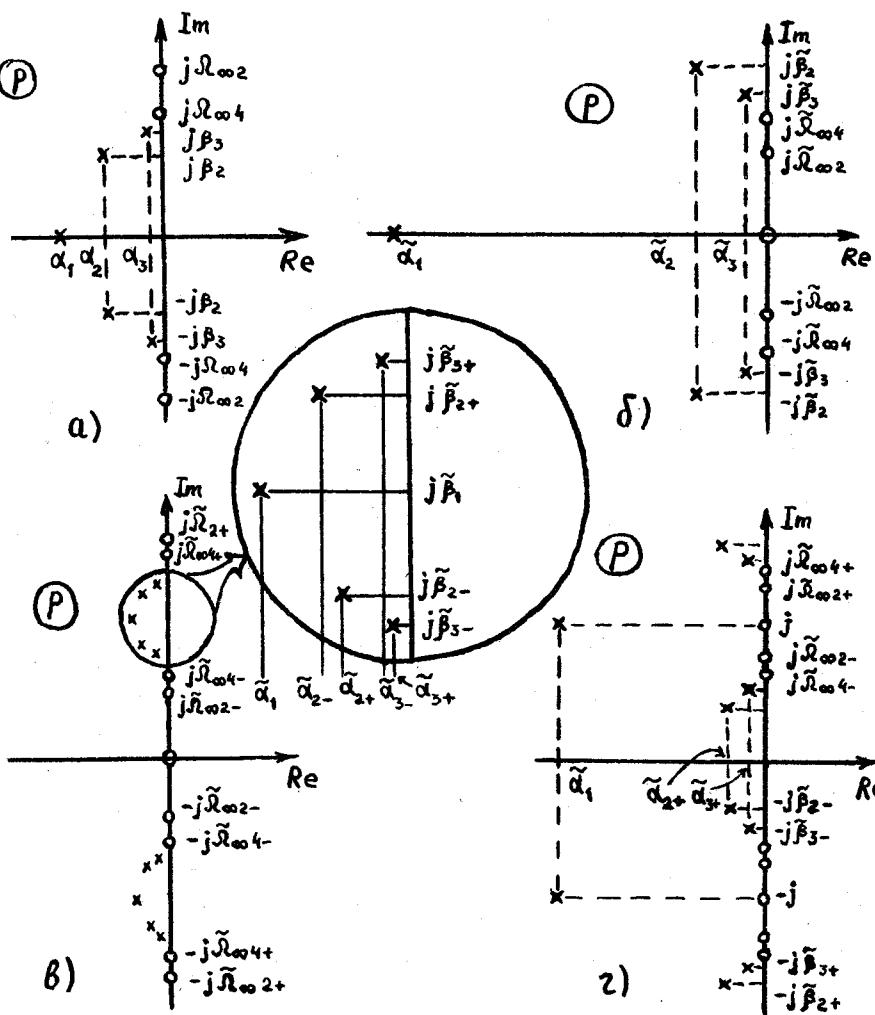


Рис. 2.2

Если в формуле (2.1) попарно раскрыть скобки, группируя множители с комплексно-сопряженными нулями и полюсами, то получим передаточную функцию в следующем виде:

$$K(p) = \frac{K_0 \prod_{i=1}^{N/2} (p^2 + \tilde{\Omega}_{\infty 2i}^2)}{(p - \alpha_i)^l \prod_{j=1+l}^{(N+1)/2} (p^2 - 2\alpha_j p + (\alpha_j^2 + \beta_j^2))}, \quad (2.2)$$

где  $l = 0$ , если  $N$  – четное,  $l = 1$ , если  $N$  – нечетное.

Формула (2.2) записана для ФНЧ. Аналогичные выражения можно получить и для ФВЧ, ППФ, ПЗФ.

Иногда требуется денормировать передаточную функцию, т.е. учесть реальные значения частот. Для этого переходят от переменной  $p$  к переменной  $s = p\omega_n$ , где  $\omega_n = \omega_n = 2\pi f_n$  (ФНЧ, ФВЧ) или  $\omega_n = \omega_0 = 2\pi f_0$  (ППФ, ПЗФ). Все нули и полюсы передаточной функции также подвергаются денормированию:  $s_{nk} = p_{nk}\omega_n$ ,  $\omega_{nk} = p_{nk}\omega_n$ . После описанной процедуры выражение (2.2) приобретает вид:

$$K(s) = \frac{K_0 \omega_n^{N-M} \prod_{n=1}^M (s^2 + \omega_{\infty,2n}^2 \omega_n^2)}{(s - \alpha_n \omega_n)^L \prod_{n=1, l=1}^{(N+M)/2} (s^2 - 2\alpha_n \omega_n s + (\alpha_n^2 + \beta_n^2) \omega_n^2)}$$

Переменная  $s$  и частота  $\omega_n$  выражаются в радианах на секунду (рад/с). АЧХ для нормированных частот определяется выражением

$$K(\Omega) = |K(p)| \Big|_{p=j\Omega}$$

Например, на основании (2.2) получим

$$K(\Omega) = \frac{K_0 \prod_{n=1}^M |\Omega_{\infty,2n}^2 - \Omega^2|}{\sqrt{(\Omega^2 + \omega_n^2)^2 \prod_{n=1, l=1}^{(N+M)/2} \sqrt{(\alpha_n^2 + \beta_n^2 - \Omega^2) + (2\omega_n \Omega)^2}}} \quad (2.3)$$

По формуле вида (2.3) рассчитывается АЧХ с использованием программы для ЭВМ или программируемого калькулятора или, в крайнем случае, на обычном калькуляторе в нескольких характерных точках.

Типичные АЧХ эллиптического ФНЧ, ФВЧ Чебышева, ППФ Баттерворта и эллиптического ПЗФ приведены на рис. I.2.

Допустимо рассчитывать АЧХ для реальных частот, воспользовавшись следующим преобразованием денормированной передаточной функции:

$$K(\omega) = |K(s)| \Big|_{s=j\omega},$$

однако это зачастую излишне, поскольку реальная ось частот легко сопоставляется с нормированной осью (см. рис. I.2).

### 3. РЕАЛИЗАЦИЯ АНАЛОГОВОГО ФИЛЬТРА

#### 3.1. ЛЕСТИЧНАЯ $LC$ -СТРУКТУРА

$LC$ -фильтр с лестничной структурой представляет собой пассивную линейную цепь, построенную путем соединения индуктивностей и емкостей. Такая схема имеет многочисленные внутренние связи. Метод расчета лестничных структур предполагает переход к опера-

торной схеме замещения цепи, запись ее передаточной функции и сравнение выраженных через элементы схемы коэффициентов полиномов в числителе и знаменателе передаточной функции с коэффициентами полиномов передаточной функции, полученной на этапе аппроксимации. Решение оформленной системы уравнений позволяет определить значения элементов схемы. Такие расчеты выполнены на ЭВМ, а их результаты занесены в справочники.

При реализации  $LC$ -структур следует совершить следующие шаги:

- 1) выписать из таблицы справочника нормированные значения элементов схемы ФНЧ-прототипа;
- 2) вычислить, используя выписанные значения, величины элементов ФВЧ, ППФ или ПЗФ;
- 3) денормировать значения элементов;
- 4) составить принципиальную схему фильтра.

При синтезе ФНЧ шаг 2 не выполняется.

На рис. 3.1 представлены три схемы  $LC$ -фильтра низких частот с лестничной структурой. В схемах могут использоваться идеальные и реальные источники тока или напряжения, применяемые для ввода входного сигнала. Все элементы нормированы относительно сопротивления нагрузки и граничной частоты полосы пропускания. Порядок фильтра определяется числом последовательных и параллельных ветвей (звеньев), которые для удобства пронумерованы. Схема, изображенная на рисунке 3.1,а, позволяет реализовать фильтры Баттерворта и Чебышева 5-го порядка, а схемы рис. 3.1,б и в – эллиптические фильтры 4-го порядка.

На рис. 3.2 показаны схемы ФВЧ, ППФ и ПЗФ, полученные путем преобразования соответствующих схем ФНЧ, изображенных на рис. 3.1.

Обратимся снова к таблицам справочника [1] (для примера см. табл. 2.3). Из той же строки, которая использовалась на этапе аппроксимации, следует выписать значения нормированных индуктивностей и емкостей (столбы  $C_{2y,1}$ ,  $L_{2y}$ ,  $C_{2y}$ ), подставляя сразу же вместо индекса  $y$  соответствующие его значения. При этом есть возможность выбора схемы: с источником напряжения, тока или с источником, обладающим конечным внутренним сопротивлением. Схема фильтра, для которой даны величины элементов, представлена в заголовке каждой таблицы.

При проектировании ФВЧ, ППФ или ПЗФ необходимо пересчитать значения элементов схемы ФНЧ-прототипа в значения элементов синтезируемого фильтра и нарисовать его схему. С этой целью нужно обратиться к табл. 3.1.

Таблица 3.1

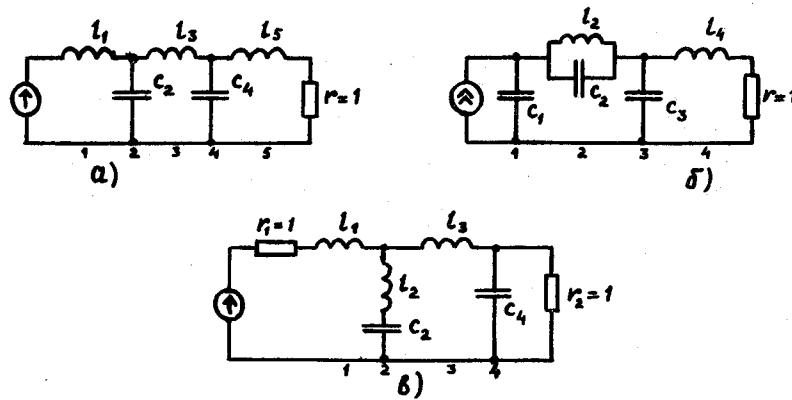


Рис. 3.1

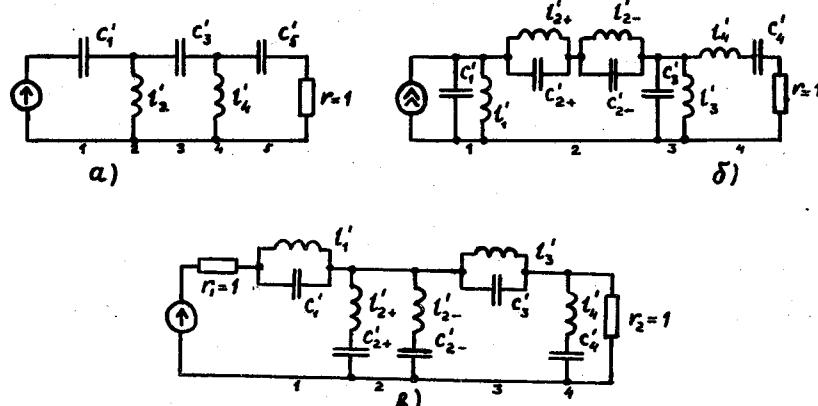


Рис. 3.2

ФНЧ-прототип	ФВЧ	ППФ	ПЗФ
	$\ell' = \frac{1}{c}$	$\ell' = \frac{1}{q c}, c' = q c$	$\ell' = \frac{q}{c}, c' = \frac{c}{q}$
	$c' = \frac{1}{\ell}$	$\ell' = q \ell, c' = \frac{1}{q \ell}$	$\ell' = \frac{\ell}{q}, c' = \frac{q}{\ell}$
	$\ell' = \frac{1}{c}, c' = \frac{1}{\ell}$	$c'_+ = q c (1 + \tilde{\Omega}_{\infty -}^2), \ell'_- = \frac{1}{c'_+}, c'_- = q c (1 + \tilde{\Omega}_{\infty +}^2), \ell'_+ = \frac{1}{c'_-}$	$c'_+ = \frac{q}{\ell} (1 + \tilde{\Omega}_{\infty -}^2), \ell'_- = \frac{1}{c'_+}, c'_- = \frac{q}{\ell} (1 + \tilde{\Omega}_{\infty +}^2), \ell'_+ = \frac{1}{c'_-}$
	$\ell' = \frac{1}{c}, c' = \frac{1}{\ell}$	$\ell'_+ = q \ell (1 + \tilde{\Omega}_{\infty -}^2), c'_- = \frac{1}{\ell'_+}, \ell'_- = q \ell (1 + \tilde{\Omega}_{\infty +}^2), c'_+ = \frac{1}{\ell'_-}$	$c'_+ = \frac{1}{\ell'_+}, \ell'_- = \frac{q}{c'_+} (1 + \tilde{\Omega}_{\infty +}^2), c'_- = \frac{1}{\ell'_-}$
$q = \frac{1}{\tilde{\Omega}_{\infty B} - \tilde{\Omega}_{\infty H}}$		$\tilde{\Omega}_{\infty \pm} = \sqrt{\left(\frac{\Omega_{\infty}}{2q}\right)^2 + 1} \pm \frac{\Omega_{\infty}}{2q}$ $\Omega_{\infty} = 1 / \sqrt{\ell c}$	$\tilde{\Omega}_{\infty \pm} = \sqrt{\left(\frac{1}{2q\Omega_{\infty}}\right)^2 + 1} \pm \frac{1}{2q\Omega_{\infty}}$ $\Omega_{\infty} = 1 / \sqrt{\ell c}$

Чтобы получить реальные величины индуктивностей и емкостей, следует провести операцию денормирования значений элементов. Отношение сопротивления нагрузки к реактивному сопротивлению индуктивности или емкости сохраняется в нормированном и денормированном виде, а именно:

$$\frac{r}{x_c} = \frac{1}{1/c} = \frac{R_h}{1/\omega_h c} = \frac{R_h}{X_c},$$

$$\frac{r}{x_L} = \frac{1}{1} = \frac{R_h}{\omega_h L} = \frac{R_h}{X_L}.$$

Отсюда находим формулы для денормирования емкостей и индуктивностей:

$$c = \frac{c}{\omega_h R_h}, \quad L = \frac{1 R_h}{\omega_h},$$

где  $R_h$  – сопротивление нагрузки (приводится в задании),  $\omega_h = \omega_n = 2\pi f_n$  (в случае синтеза ФНЧ или ФВЧ),  $\omega_h = \omega_0 = 2\pi f_0$  (в случае синтеза ШПФ или ПЗФ).

В результате расчета элементов может оказаться, что номиналы индуктивностей и емкостей одиночных параллельных контуров на несколько порядков отличаются от значений соответствующих элементов, стоящих в других звеньях. Это неудобно, поскольку повышает чувствительность характеристик фильтра к изменениям величин элементов. Чтобы избежать ухудшения характеристик, следует использовать автотрансформаторное включение контура (табл. 3.2).

Пример расчета ШПФ, реализованного в виде лестничной **LC**-структурь приведен в приложении.

Таблица 3.2

Преобразования контура	Формулы пересчета
	$C' = \frac{C}{n^2}$ $L' = L n^2$

Более подробные сведения об **LC**-реализации фильтра даны в [I, с. II-43].

### 3.2. КАСКАДНОЕ СОЕДИНЕНИЕ **RLC**-ЗВЕНЬЕВ

Существует возможность реализовать фильтр путем каскадного соединения **RLC**-звеньев первого и второго порядка. Каждое из звеньев рассчитывается независимо от других. Для сведения к минимуму (в первом приближении – исключения вообще) взаимовлияния звеньев между ними ставят буферные каскады (БК). Такой каскад должен обладать высоким входным сопротивлением, значительно превышающим выходное сопротивление **RLC**-звена, и малым выходным сопротивлением, позволяющим считать БК почти идеальным источником напряжения для последующего **RLC**-звена. В других типах БК выходная цепь работает как источник тока. В качестве БК используется эмиттерный или истоковый повторитель, повторитель на операционном усилителе (ОУ), усилитель на транзисторе или ОУ (рис. 3.3).

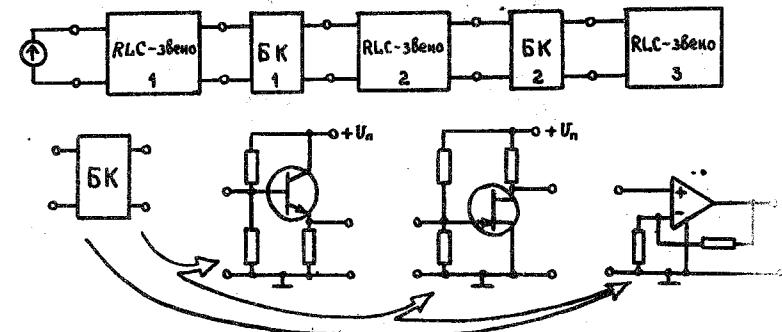


Рис. 3.3

Синтез каскадной структуры **RLC**-фильтра нужно начать с представления передаточной функции, полученной на этапе аппроксимации, в виде произведения дробей-сомножителей. Например, для эллиптического ФНЧ 5-го порядка передаточная функция будет выглядеть следующим образом:

$$K(p) = \frac{a_{01}}{p + b_{01}} \cdot \frac{k_2(p^2 + a_{02})}{p^2 + b_{02}p + b_{02}} \cdot \frac{k_3(p^2 + a_{03})}{p^2 + b_{03}p + b_{03}}. \quad (3.1)$$

Важно правильно агрегировать нули и полюсы, чтобы минимизировать чувствительность схемы к изменениям параметров элементов (см. [4, с. 58]). Наиболее простое правило состоит в том, что нужно объединять нули с ближайшими к ним полюсами (рис. 3.4).

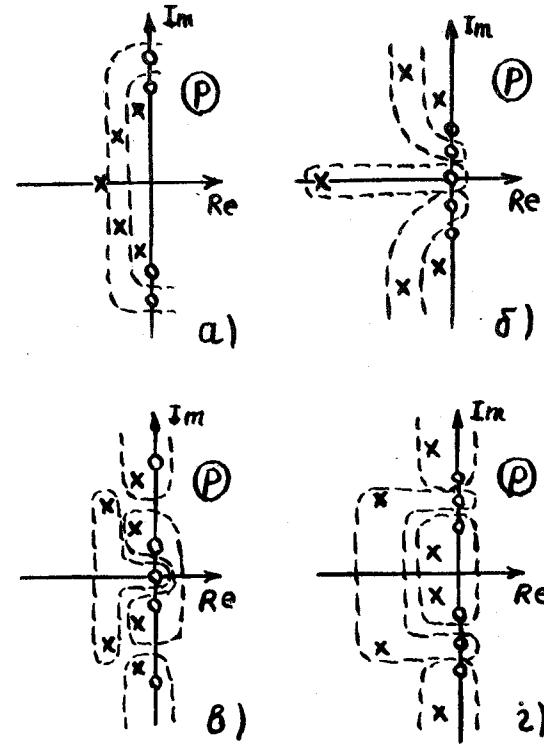


Рис. 3.4

Каждый фрагмент передаточной функции реализуется своей схемой. Метод расчета прост. Он состоит в сопоставлении коэффициентов передаточной функции, полученной на этапе аппроксимации, с коэффициентами, выраженными через элементы схемы. В табл. 3.3 приведены семь вариантов схем *RLC*-звеньев первого и второго порядка, входной сигнал в которые вводится источником напряжения, показаны диаграммы нулей и полюсов и их связь с передаточной функцией. Рядом со схемами помещены денормированные передаточные функции  $K(s)$ , где  $s = \rho \omega_n$  (для ФНЧ и ФВЧ) или  $s = \rho \omega_0$  (для ШПФ и ПЗФ). В табл. 3.3 дается также порядок расчета каждого звена. Сравнивая выражения для передаточных функций, можно легко уяснить, каким образом получены расчетные формулы. При расчете любой из схем есть одна степень свободы. Предлагается задавать значение сопро-

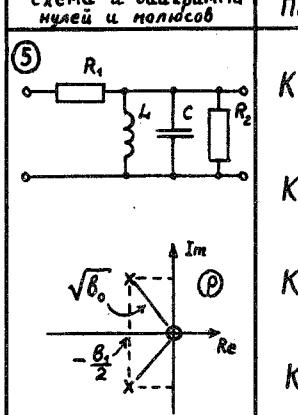
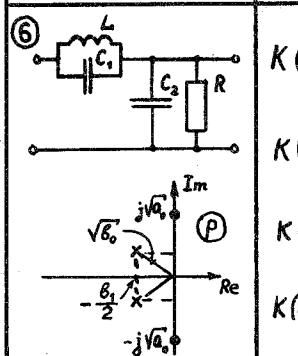
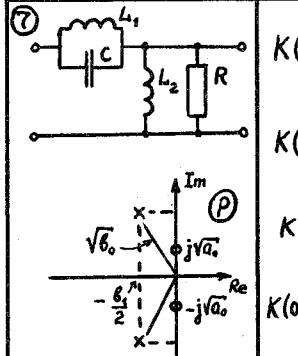
Схемы, работающие  
от источника напряжения

① RLC-звено

Таблица 3.3

Схема и диаграмма нулей и полюсов	Передаточная функция	Расчет
①	$K(s) = \frac{1}{R_1 C} \cdot \frac{s + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C}}{s + \frac{1}{R_1 C}}$ $K(s) = \frac{\omega_0 \omega_n}{s + \omega_0 \omega_n}$ $K(\rho) = \frac{\omega_0}{\rho + \omega_0}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L C}}$ $K(0) = \frac{\omega_0}{\omega_n} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$	<b>Промежуточный каскад:</b> 1) $\omega_0 = \omega_n$ , $R_2 \rightarrow \infty$ (не ставится) 2) Выбор $R_1 \sim \pi \text{ кОм}$ 3) $C = \frac{1}{R_1 \omega_0 \omega_n}$ <b>Заключительный каскад:</b> 1) $R_2 = R_H$ 2) Выбор $R_1 \sim \pi \text{ кОм}$ ( $R_1 \ll R_2$ , $R_1 \gg R_{HCT}$ ) 3) $C = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 \omega_0 \omega_n}$
②	$K(s) = \frac{s}{s + \frac{1}{RC}}$ $K(s) = \frac{s}{s + \omega_0 \omega_n}$ $K(\rho) = \frac{\rho}{\rho + \omega_0}$ $K(j\infty) = 1$	1) Выбор $R \sim \pi \text{ кОм}$ или $R = R_H$ 2) $C = \frac{1}{R \omega_0 \omega_n}$
③	$K(s) = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}}$ $K(s) = \frac{\omega_0 \omega_n^2}{s^2 + \omega_1 \omega_n s + \omega_0 \omega_n^2}$ $K(\rho) = \frac{\omega_0}{\rho^2 + \omega_1 \rho + \omega_0}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L C}}, \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{1}{R C}}$ $K(0) = \frac{\omega_0}{\omega_n} = 1$	1) Выбор $R \sim \pi \text{ кОм}$ или $R = R_H$ 2) $C = \frac{1}{R \omega_1 \omega_n}$ 3) $L = \frac{R \omega_1}{\omega_0 \omega_n}$
④	$K(s) = \frac{s^2}{s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}}$ $K(s) = \frac{s^2}{s^2 + \omega_1 \omega_n s + \omega_0 \omega_n^2}$ $K(\rho) = \frac{\rho^2}{\rho^2 + \omega_1 \rho + \omega_0}$ $K(j\infty) = 1$	1) Выбор $R \sim \pi \text{ кОм}$ или $R = R_H$ 2) $C = \frac{1}{R \omega_1 \omega_n}$ 3) $L = \frac{R \omega_1}{\omega_0 \omega_n}$

Окончание табл. 3.3

Схема и диаграмма нулей и полюсов	Передаточная функция	Расчет
(5) 	$K(s) = \frac{\frac{1}{R_1 C} s}{s^2 + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C} s + \frac{1}{LC}}$ $K(s) = \frac{a_1 \omega_0 s}{s^2 + B_1 \omega_0 s + B_0 \omega_0^2}$ $K(p) = \frac{a_1 p}{p^2 + B_1 p + B_0}$ $K(j\frac{1}{\sqrt{LC}}) = \frac{a_1}{B_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$	<u>Промежуточный каскад:</u> 1) $a_1 = B_1$ , $R_2 \rightarrow \infty$ (не ставить) 2) Выбор $R_1 \sim n \text{ кОм}$ ( $R_1 \gg R_{ист}$ ) 3) $C = \frac{1}{R_1 B_1 \omega_0}$ 4) $L = \frac{R_1 B_1}{B_0 \omega_0}$ <u>Заключительный каскад:</u> 1) $R_2 = R_H$ 2) Выбор $R_1 \sim n \text{ кОм}$ ( $R_1 \ll R_2$ , $R_1 \gg R_{ист}$ ) 3) $C = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 B_0 \omega_0}$ 4) $L = \frac{1}{C B_0 \omega_0^2}$
(6) 	$K(s) = \frac{\frac{C_1}{C_1 + C_2} \left( s^2 + \frac{1}{LC_1} \right)}{s^2 + \frac{1}{R(C_1 + C_2)} s + \frac{1}{L(C_1 C_2)}}$ $K(s) = \frac{R \left( s^2 + a_0 \omega_n^2 \right)}{s^2 + B_1 \omega_n s + B_0 \omega_n^2}$ $K(p) = \frac{R \left( p^2 + a_0 \right)}{p^2 + B_1 p + B_0}, a_0 > B_0$ $K(0) = \frac{R a_0}{B_0} = 1, K(j\infty) = k = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$	1) Выбор $R \sim n \text{ кОм}$ или $R = R_H$ 2) $L = \frac{R B_1}{B_0 \omega_n}$ 3) $C_1 = \frac{B_0}{R B_1 a_0 \omega_n}$ 4) $C_2 = \frac{1}{R B_1 \omega_n} \left( 1 - \frac{B_0}{a_0} \right)$ $\omega_n = \omega_n$ (ФНЧ) $\omega_n = \omega_0$ (ППФ, ПЗФ)
(7) 	$K(s) = \frac{s^2 + \frac{1}{L_1 C}}{s^2 + \frac{1}{RC} s + \frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2 C}}$ $K(s) = \frac{s^2 + a_0 \omega_n^2}{s^2 + B_1 \omega_n s + B_0 \omega_n^2}$ $K(p) = \frac{p^2 + a_0}{p^2 + B_1 p + B_0}, a_0 < B_0$ $K(0) = \frac{a_0}{B_0} = \frac{L_2}{L_1 + L_2}, K(j\infty) = 1$	1) Выбор $R \sim n \text{ кОм}$ или $R = R_H$ 2) $C = \frac{1}{R B_1 \omega_n}$ 3) $L_1 = \frac{R B_1}{a_0 \omega_n}$ 4) $L_2 = \frac{R B_1}{\omega_n (B_0 - a_0)}$ $\omega_n = \omega_n$ (ФВЧ) $\omega_n = \omega_0$ (ППФ, ПЗФ)

Обозначение особых точек передаточной функции:  
Х — полюс, 0 — нуль, ① — двойной нуль

тивления, хотя вполне можно было бы задаться величиной емкости или индуктивности, а остальные элементы рассчитать на основе имеющихся связей. Активные сопротивления, стоящие ближе ко входу в последовательной ветви, должны, вообще говоря, учитывать сопротивление источника напряжения, подключенного ко входу схемы. В качестве этого сопротивления может выступать выходное сопротивление предыдущего буферного каскада. Однако, если  $R \gg R_{ист}$ , то сопротивлением источника  $R_{ист}$  можно пренебречь. В табл. 3.4 представлены аналогичные сведения о схемах, входной сигнал в которые вводится источником тока. В этом случае передаточная функция определяется как отношение изображения по Лапласу выходного напряжения к изображению входного тока и имеет смысл сопротивления прямой передачи.

Выбор типов звеньев, включаемых в синтезируемую схему, определяется на основе анализа диаграммы нулей и полюсов, а также вида передаточных функций первого и второго порядка, произведение которых дает реализуемую функцию. Следует, помимо указанного, обращать внимание на то, источником напряжения или тока является БК для последующего  $RLC$ -звена.

После окончания расчетов  $RLC$ -звеньев следует нарисовать принципиальную схему фильтра и написать около каждого элемента его рассчитанный номинал. В качестве дополнительного задания студенту может быть предложено выбрать активные приборы и рассчитать режим работы и элементы цепей буферных каскадов.

### 3.3. ГИРАТОРНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ БЕЗИНДУКТИВНОГО ФИЛЬТРА

При использовании катушек индуктивности на низких частотах возникает множество неудобств, поэтому разработаны схемы, лишенные этих элементов. Рассмотрим схему фильтра, получаемую из лестничной  $LC$ -структур заменой катушек индуктивности на гираторы, в качестве нагрузки которых используется емкостное сопротивление. Гиратором называется устройство, преобразующее импеданс. В частности, гиратор, нагруженный на емкость, ведет себя на входных зажимах как индуктивность. Схема гиратора представлена на рис. 3.5. Гираторные схемы являются разновидностью активных  $RL$ -фильтров ( $ARL$ -фильтров) и часто носят название активных лестничных фильтров (АЛФ). Основное соотношение гиратора:

$$Z_{bx} = \frac{G}{Z_H}, \quad (3.2)$$

Таблица 3.4

Схема и диаграмма нулей и полюсов	Передаточная функция	Расчет
	$K(s) = \frac{1}{s + \frac{1}{RC}}$ $K(s) = \frac{a_0 \omega_n s}{s + B_0 \omega_n}$ $K(p) = \frac{a_0}{p + B_0}, a_0 = B_0$ $K(j\infty) = p = R$	1) Выбор $R \sim n \text{ кОм}$ или $R = R_H$ 2) $C = \frac{1}{R B_0 \omega_n}$
	$K(s) = \frac{s \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{s + \frac{1}{C(R_1 + R_2)}}$ $K(s) = \frac{s \rho}{s + B_0 \omega_n}$ $K(p) = \frac{p}{p + B_0}$ $K(j\infty) = p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$	1) Выбор $R_2 \sim n \text{ кОм}$ или $R_2 = R_H$ 2) Выбор $R_1 \sim n \text{ кОм}$ ( $R_1 \ll R_{\text{ист}}$ ) 3) $C = \frac{1}{(R_1 + R_2) B_0 \omega_n}$
	$K(s) = \frac{\frac{R}{LC}}{s^2 + \frac{R}{L} s + \frac{1}{LC}}$ $K(s) = \frac{a_0 \omega_n^2 \rho}{s^2 + B_1 \omega_n s + B_0 \omega_n^2}$ $K(p) = \frac{a_0}{p^2 + B_1 p + B_0}, a_0 = B_0$ $K(j\infty) = p = \frac{a_0 \rho}{B_0} = R$	1) Выбор $R \sim n \text{ кОм}$ или $R = R_H$ 2) $L = \frac{R}{B_1 \omega_n}$ 3) $C = \frac{B_1}{R B_0 \omega_n}$
	$K(s) = \frac{s^2 R}{s^2 + \frac{R}{L} s + \frac{1}{LC}}$ $K(s) = \frac{s^2 \rho}{s^2 + B_1 \omega_n s + B_0 \omega_n^2}$ $K(p) = \frac{\rho^2}{p^2 + B_1 p + B_0}$ $K(j\infty) = p = R$	1) Выбор $R \sim n \text{ кОм}$ или $R = R_H$ 2) $L = \frac{R}{B_1 \omega_n}$ 3) $C = \frac{B_1}{R B_0 \omega_n}$

Окончание табл. 3.4

Схема и диаграмма нулей и полюсов	Передаточная функция	Расчет
	$K(s) = \frac{\frac{1}{C} s}{s^2 + \frac{1}{RC} s + \frac{1}{LC}}$ $K(s) = \frac{a_1 \omega_n \rho s}{s^2 + B_1 \omega_n s + B_0 \omega_n^2}$ $K(p) = \frac{a_1 \rho}{p^2 + B_1 p + B_0}, a_1 = B_1$ $K(j\infty) = \rho = \frac{a_1 \rho}{B_1} = R$	1) Выбор $R \sim n \text{ кОм}$ или $R = R_H$ 2) $C = \frac{1}{R B_1 \omega_n}$ 3) $L = \frac{R B_1}{B_0 \omega_n}$
	$K(s) = \frac{\frac{R L_1}{L_1 + L_2} (s^2 + \frac{1}{L_1 C})}{s^2 + \frac{R}{L_1 + L_2} s + \frac{1}{(L_1 + L_2) C}}$ $K(s) = \frac{\rho R (s^2 + a_0 \omega_n^2)}{s^2 + B_1 \omega_n s + B_0 \omega_n^2}$ $K(p) = \frac{\rho (p^2 + a_0)}{p^2 + B_1 p + B_0}, a_0 > B_0$ $K(j\infty) = \rho = \frac{\rho R a_0}{B_0} = R$ $K(j\infty) = \rho = \frac{R L_1}{L_1 + L_2}$	1) Выбор $R \sim n \text{ кОм}$ или $R = R_H$ 2) $C = \frac{B_1}{R B_0 \omega_n}$ 3) $L_1 = \frac{R B_0}{B_1 a_0 \omega_n}$ 4) $L_2 = \frac{R}{B_0 \omega_n} \left( 1 - \frac{B_0}{a_0} \right)$ $\omega_H = \omega_n (\Phi H \chi)$ $\omega_H = \omega_0 (\Pi \Phi, \Pi \Sigma \Phi)$
	$K(s) = \frac{R (s^2 + \frac{1}{L C_1})}{s^2 + \frac{R}{L} s + \frac{C_1 + C_2}{LC_1 C_2}}$ $K(s) = \frac{\rho (s^2 + a_0 \omega_n^2)}{s^2 + B_1 \omega_n s + B_0 \omega_n^2}$ $K(p) = \frac{\rho^2 + a_0}{p^2 + B_1 p + B_0}, a_0 < B_0$ $K(j\infty) = \rho = \frac{\rho a_0}{B_0} = \frac{R C_2}{C_1 + C_2}$ $K(j\infty) = \rho = R$	1) Выбор $R \sim n \text{ кОм}$ или $R = R_H$ 2) $L = \frac{R}{B_1 \omega_n}$ 3) $C_1 = \frac{B_1}{R a_0 \omega_n}$ 4) $C_2 = \frac{B_1}{R \omega_n (B_0 - a_0)}$ $\omega_H = \omega_n (\Phi B \chi)$ $\omega_H = \omega_0 (\Pi \Phi, \Pi \Sigma \Phi)$

Обозначение особых точек передаточной функции:  
x - полюс, o - нуль, @ - двухкратный нуль

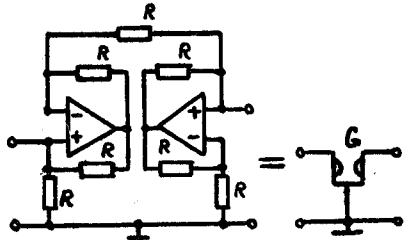


Рис. 3.5

где  $\delta = R^2$  – коэффициент гирации;  $R$  – сопротивление, используемое в схеме гиратора.

В частности, если  $Z_H = 1/j\omega C_H$ , то получим из (3.2)  $Z_{ex} = j\omega L_3$ , где  $L_3 = \delta C_H$ .

На рис. 3.6 представлены основные преобразования индуктивностей, включенных в последовательные и параллельные ветви,

Г- и П-образных звеньев индуктивностей  $LC$ -структур. Такие преобразования позволяют составить схему АЛФ с наименьшим числом гираторов. Рис. 3.7 дает пример перехода от  $LC$ -структур ФВЧ 6-го порядка к гираторной реализации  $ARL$ -фильтра.

Порядок расчета АЛФ следующий:

I) составить схему АЛФ на основе схемы  $LC$ -фильтра, рассчитанной ранее (см. разд. 3.1);

2) найти емкости, полученные преобразованием соответствующих индуктивностей, по формуле  $C_i = \frac{L_i}{\delta}$ . Коэффициент гирации подбирается таким, чтобы получаемые значения емкостей были одного порядка со значениями емкостных элементов, уже использованными в лестничной  $LC$ -структуре.

Подробнее гираторные схемы описаны в [4, с. 233–249], [6, с. 43–48]. Акцентируйте свое внимание на достоинствах и недостатках  $ARL$ -фильтров по сравнению с  $LC$ -структурами. В результате такого сравнения выявляются также достоинства и недостатки последних.

#### 3.4. $ARL$ -ФИЛЬТР С КАСКАДНОЙ СТРУКТУРОЙ

Подход к реализации  $ARL$ -фильтра, собираемого из звеньев первого и второго порядка, аналогичен тому способу построения фильтра, который был описан в разд. 3.2.  $ARL$ -звенья строятся без использования индуктивностей. Звено представляет собой соединение одного, двух или трех операционных усилителей (ОУ) с резистивно-емкостной цепью. Применение обратных связей позволяет реализовывать все возможные конфигурации действительных и комплексных нулей и полюсов. Перед тем как приступить к расчету звеньев, необходимо разбить передаточную функцию, полученную на этапе аппроксимации, на сомножители (см. разд. 3.2 и выражение (3.1)). Тем самым нули и полюсы будут поделены на группы, поддающиеся реали-

Рис. 3.6

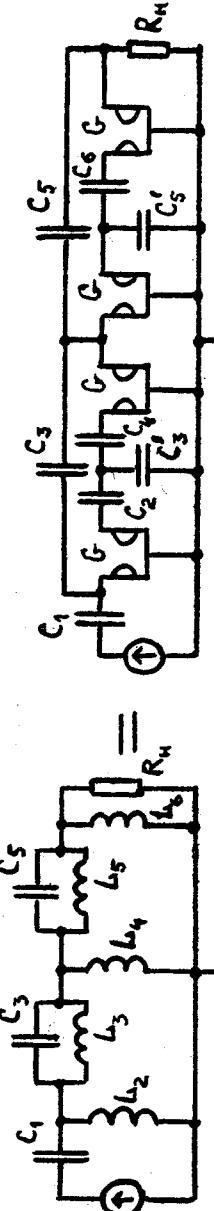
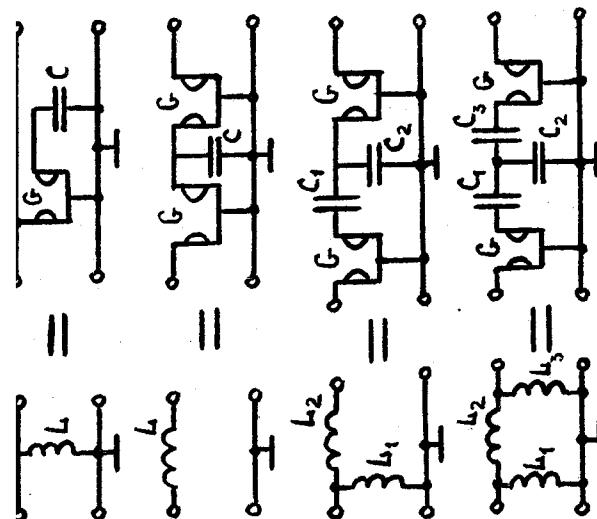


Рис. 3.7

Таблица 3.5

Схема, передаточная функция и диаграмма нулей и полюсов	Соотношения	Расчет
 $K(p) = \frac{K\theta_0}{p^2 + \theta_0 p + \theta_0}$	$\theta_0 \omega_n = \frac{1}{R_1 C_1}$ $K = 1 + \frac{R_3}{R_2}$ $R_{3K} = R_1$	1) Выбор $C_1 \sim \frac{10}{f_n}$ [мкФ] 2) $R_1 = \frac{1}{C_1 \theta_0 \omega_n}$ 3) $R_2 = \frac{KR_1}{K-1}$ 4) $R_3 = KR_1$ Если $K=1$ , то $R_2 \rightarrow \infty$ (разрыв), $R_3=0$ (короткое замыкание)
 $K(p) = \frac{K_p}{p^2 + \theta_0 p + \theta_0}$	$\theta_0 \omega_n = \frac{1}{R_1 C_1}$ $K = 1 + \frac{R_3}{R_2}$ $R_{3K} = R_1$	1) Выбор $C_1 \sim \frac{10}{f_n}$ [мкФ] 2) $R_1 = \frac{1}{C_1 \theta_0 \omega_n}$ 3) $R_2 = \frac{KR_1}{K-1}$ 4) $R_3 = KR_1$ Если $K=1$ , то $R_2 \rightarrow \infty$ , $R_3=0$
 $K(p) = \frac{K\theta_0}{p^2 + \theta_0 p + \theta_0}$	$\theta_0 \omega_n^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}$ $\theta_1 \omega_n = \frac{1}{C_2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + \frac{1}{R_2 C_1} (1-K)$ $K = 1 + \frac{R_4}{R_3}$	1) $Q = \frac{\sqrt{\theta_0}}{\theta_1} < 10$ 2) Выбор $C_2 \sim \frac{10}{f_n}$ [мкФ] 3) Выбор наименьшего $C_1$ , удовлетв. условию: $C_1 \leq \frac{\theta_1^2 + 4\theta_0(K-1)}{4\theta_0} C_2$ 4) $R_1 = \frac{2}{(\theta_1 C_2 + \sqrt{[\theta_1^2 + 4\theta_0(K-1)]})}$ $R_2 = \frac{1}{C_1 C_2 R_1 \theta_0 \omega_n^2}$ 5) $R_3 = \frac{K(R_1 + R_2)}{K-1}$ 6) $R_4 = K(R_1 + R_2)$ 7) Если $K=1$ , то $R_3 \rightarrow \infty$ , $R_4=0$

Схема, передаточная функция и диаграмма нулей и полюсов	Соотношения	Расчет
 $K(p) = \frac{Kp^2}{p^2 + \theta_0 p + \theta_0}$	$\theta_0 \omega_n^2 = \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}$ $\theta_1 \omega_n = \frac{1}{R_1 C_2} (1-K) + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2}$ $K = 1 + \frac{R_4}{R_3}$ $R_{3K} = R_2$	1) $Q = \frac{\sqrt{\theta_0}}{\theta_1} < 10$ 2) Выбор $C_1 \sim \frac{10}{f_n}$ [мкФ] 3) $C_2 = C_1$ 4) $R_2 = \frac{4}{(\theta_1 + \sqrt{\theta_1^2 + 4\theta_0(K-1)}) \theta_0 C_1}$ 5) $R_1 = \frac{1}{C_1^2 R_2 \theta_0 \omega_n^2}$ 6) $R_3 = \frac{KR_2}{K-1}$ , ?) $R_4 = KR_2$ Если $K=1$ , то $R_2 \rightarrow \infty$ , $R_4=0$
 $K(p) = \frac{a_1 p}{p^2 + \theta_0 p + \theta_0}$	$a_1 \omega_0 = \frac{\mu}{R_1 C_1}$ $\theta_1 \omega_0 = \frac{1}{C_1} \left[ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} (1-\mu) + \frac{2}{R_3} \right]$ $\theta_0 \omega_0^2 = \frac{1}{R_2 C_1^2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$ $\mu = 1 + \frac{R_5}{R_4}$ $R_{3K} = R_3$	1) $Q = \frac{\sqrt{\theta_0}}{\theta_1} < 10$ 2) $a_1 = \frac{K \sqrt{\alpha_y^2 + \beta_y^2}}{q}$ , здесь $K$ -коэф. усиления звена, $\alpha_y$ и $\beta_y$ -коорд. полюса ФНЧ-пр., $q = f_0 / (f_{\text{НЧ}} - f_{\text{НН}})$ 3) Выбор $C_1 \sim \frac{10}{f_0}$ [мкФ] 4) $R_1 = \frac{2}{c_1 a_1 \omega_0}$ 5) $R_2 = (-\theta_1 + \sqrt{(\theta_1 - \theta_0)^2 + 4\theta_0}) \theta_0 C_1$ 6) $R_3 = \frac{1}{\theta_0 \omega_0^2 C_1^2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$ 7) $R_4 = R_5 = 2R_3$
 $K(p) = \frac{p^2 + \theta_0}{p^2 + \theta_0 p + \theta_0}$	$\theta_0 \omega_n^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C_1^2}$ $\theta_1 \omega_n = \frac{2}{R_2 C_1}$ $\frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ $R_{3K} = R_1 + R_2$	1) $Q = \frac{\sqrt{\theta_0}}{\theta_1} < 10$ 2) Выбор $C_1 \sim \frac{10}{f_0}$ [мкФ] 3) $R_1 = \frac{\theta_1}{2 \omega_0 C_1 \theta_0}$ 4) $R_2 = \frac{2}{\theta_1 \omega_0 C_1}$ 5) $R_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

Продолжение табл. 3.5

Окончание табл. 3.5

Схема, передаточная функция и диаграмма нулей и полюсов	Соотношения	Расчет
 $K(p) = \frac{K(\rho^2 + a_0)}{\rho^2 + b_1\rho + b_0}$ $a_0 > b_0$ 	$\ell = \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{C_4}{C_0}}$ $a_0 \omega_n^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C_0 C_3} = \frac{1}{R_2 R_3 \eta C_2}$ $\frac{B_0}{a_0} = \frac{1 + \frac{R_0}{R_1}}{1 + \frac{C_4}{C_0}}$ $\frac{\sqrt{B_0}}{B_1} = \frac{(1 + \frac{R_0}{R_1}) \sqrt{\frac{B_0}{a_0}}}{V \left( \frac{1}{R_4 C_0 \omega_n^2} + \frac{1}{R_5 C_3} \right)}$ $C_0 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}, R_0 = R_1 + R_2$ $R_2 = \frac{1}{R_1 a_0 \omega_n^2 C_0 C_3}$ $R_0 = R_1 + R_2$ $R_3 = \frac{1}{a_0 \omega_n^2 C_1 C_2 R_0}$ $B_0 \text{ нуль } C_4 \geq (\frac{a_0}{B_0} - 1) C_0$ $R_4 = \frac{R_0}{(1 + \frac{C_4}{C_0}) \frac{B_0}{a_0} - 1}$ $B_0 \text{ полюс } R_5 \sim (1..100) \text{ к} \Omega$ $R_6 = R_5 V \left[ \frac{1}{R_4 C_0 \sqrt{a_0} \omega_n} + \frac{R_0 C_4 \sqrt{a_0} \omega_n}{(1 + \frac{C_4}{C_0}) B_1} \right]$ $R = \frac{1 + \frac{R_6}{R_5}}{1 + \frac{C_4}{C_0}}$	1) $Q = \frac{\sqrt{B_0}}{B_1} \leq 100$ 2) Выбор $C_1, C_2, C_3 \sim \frac{10}{f_n} [\text{МкФ}]$ 3) $V = \frac{1}{2\sqrt{(1 + \frac{C_4}{C_0})(1 + \frac{C_4}{C_3})}}$ 4) $R_1 = \frac{1}{2\sqrt{a_0} \omega_n V (C_0 + C_3)}$ 5) $C_0 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ 6) $R_2 = \frac{1}{R_1 a_0 \omega_n^2 C_0 C_3}$ 7) $R_0 = R_1 + R_2$ 8) $R_3 = \frac{1}{a_0 \omega_n^2 C_1 C_2 R_0}$ 9) $B_0 \text{ нуль } C_4 \geq (\frac{a_0}{B_0} - 1) C_0$ 10) $R_4 = \frac{R_0}{(1 + \frac{C_4}{C_0}) \frac{B_0}{a_0} - 1}$ 11) $B_0 \text{ полюс } R_5 \sim (1..100) \text{ к} \Omega$ 12) $R_6 = R_5 V \left[ \frac{1}{R_4 C_0 \sqrt{a_0} \omega_n} + \frac{R_0 C_4 \sqrt{a_0} \omega_n}{(1 + \frac{C_4}{C_0}) B_1} \right]$ 13) $R = \frac{1 + \frac{R_6}{R_5}}{1 + \frac{C_4}{C_0}}$
 $K(p) = \frac{K B_0}{\rho^2 + b_1 p + b_0}$ 	$K = 1 + \frac{R_2}{R_4}$ $B_0 \omega_n^2 = \frac{R_4}{R_2 R_3 R_5 C_1 C_2}$ $B_1 \omega_n = \frac{1}{R_1 C_1}$ $R_{3K1} = \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4}$ $R_{3K2} = R_5$	1) $Q = \frac{\sqrt{B_0}}{B_1} \leq 100$ 2) Выбор $C_1 \sim \frac{10}{f_n} [\text{МкФ}]$ 3) $C_2 = C_1$ 4) $R_2 = R_3 = \frac{1}{\sqrt{B_0} \omega_n C_1}$ 5) $R_4 = R_5 = \frac{R_2}{K-1}$ 6) $R_1 = Q R_2$
 $K(p) = \frac{K p^2}{\rho^2 + b_1 p + b_0}$ 	$K = 1 + \frac{R_2}{R_4}$ $B_0 \omega_n^2 = \frac{R_2}{R_1 R_3 R_4 C_1 C_2}$ $B_1 \omega_n = \frac{1}{R_5 C_2}$ $R_{3K1} = \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4}$ $R_{3K2} = \frac{R_3 R_5}{R_3 + R_5}$	1) $Q = \frac{\sqrt{B_0}}{B_1} \leq 100$ 2) Выбор $C_1 \sim \frac{10}{f_n} [\text{МкФ}]$ 3) $C_2 = C_1 (K-1)$ 4) $R_1 = R_2 = R_3 = \frac{1}{\sqrt{B_0} \omega_n C_1}$ 5) $R_4 = \frac{R_2}{K-1}$ 6) $R_5 = Q R_1$

Схема, передаточная функция и диаграмма нулей и полюсов	Соотношения	Расчет
 	$\frac{a_1}{b_1} = 1 + \frac{R_2}{R_4}$ $B_0 \omega_n^2 = \frac{R_2}{R_1 R_3 R_4 C_1 C_2}$ $B_1 \omega_n = \frac{1}{R_5 C_2}$ $R_{3K1} = \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4}$ $R_{3K2} = \frac{R_3 R_5}{R_3 + R_5}$	1) $Q = \frac{\sqrt{B_0}}{B_1} \leq 100$ 2) $a_1 = K \frac{\sqrt{a_0^2 + B_1^2}}{q}$ , где $K$ - коэф. усиления звена, $a_0$ и $B_1$ - коорд. полюсов ФНЧ-пр., $q = f_0 / (f_{n0} - f_{pH})$ 3) Выбор $C_1 \sim \frac{10}{f_0} [\text{МкФ}]$ 4) $R_1 = R_2 = R_3 = \frac{1}{\sqrt{B_0} \omega_n C_1}$ 5) $C_2 = C_1 \left( \frac{a_1}{B_1} - 1 \right)$ 6) $R_4 = \frac{R_2}{\frac{a_1}{B_1} - 1}, 7) R_5 = Q R_1$
 	$B_0 \omega_n^2 = \frac{R_2}{R_1 R_3 R_4 C_1 C_2}$ $B_1 \omega_n = \frac{1}{C_2 R_5 R_6}$ $R_2 R_5 = R_4 R_6$ $R_{3K1} = \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4}$	1) $Q = \frac{\sqrt{B_0}}{B_1} \leq 100$ 2) Выбор $C_1 \sim \frac{10}{f_0} [\text{МкФ}]$ 3) $C_2 = C_1$ 4) $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = \frac{1}{\sqrt{B_0} C_1 \omega_n}$ 5) $R_5 = R_6 = 2 Q R_1$
 	$B_0 \omega_n^2 = \frac{R_2}{R_1 R_3 R_4 C_1 C_2}$ $B_1 \omega_n = \frac{1}{C_2 R_5}$ $a_0 = B_0 \left( 1 + \frac{R_3}{R_5} \right)$ , если $a_0 > B_0$ $a_0 = B_0 \left( 1 - \frac{R_3}{R_5} \right)$ , если $a_0 < B_0$ $w_n = \omega_n (\Phi\text{НЧ}, \Phi\text{ВЧ})$ $w_n = \omega_0 (\Pi\text{ПФ}, \Pi\text{ЗФ})$ $R_{3K1} = R_4$ $R_{3K2} = \frac{R_3 R_5}{R_3 + R_5}$	1) $Q = \frac{\sqrt{B_0}}{B_1} \leq 100$ 2) Выбор $C_1 \sim \frac{10}{f_n} [\text{МкФ}]$ 3) $R_1 = R_2 = \frac{1}{\sqrt{B_0} C_1 \omega_n}$ 4) $C_2 = C_1, 5) R_5 = Q R_1$ 6) Если $a_0 > B_0$ , то $R_3 = R_5 \left( \frac{a_0}{B_0} - 1 \right)$ . Если $a_0 < B_0$ , то $R_3 = R_5 \left( 1 - \frac{a_0}{B_0} \right)$ 7) $R_4 = \frac{R_1^2}{R_3}$

Обозначение особых точек передаточной функции:  
X - полюс, о - нуль, ⊖ - двухкратный нуль

зации с помощью звеньев первого и второго порядка. Примеры группировки нулей и полюсов даны на рис. 3.4. Конкретные схемы, диаграммы полюсов и нулей, соответствующие им, а также расчетные соотношения можно отыскать в табл. 3.5.

При расчете следует иметь в виду:

I. Выбор той или иной схемы, включаемой в каскадное соединение, определяется диаграммой нулей и полюсов синтезируемого фильтра. Возможно также ориентироваться на вид передаточной функции звена.

2. Звенья на одном операционном усилителе предназначены для реализации полюсов с невысокими добротностями. Добротность полюса вычисляется по формуле  $Q = \frac{\sqrt{b_0}}{b_1}$ . Если  $Q < 10$ , то можно использовать простые схемы типа ③ - ⑦. При  $Q > 10$  следует применять более сложные схемы типа ⑧ - ⑫.

3. *ARC*-схемы позволяют сочетать фильтрацию с усилением. Заданный коэффициент усиления следует распределить по каскадам так, чтобы  $K = K_1 K_2 \dots K_r$ , где  $K$  - общий коэффициент усиления,  $K_1, K_2, \dots, K_r$  - коэффициенты усиления каскадов.

4. После расчета элементов звеньев нужно выбрать номинальные значения, наиболее близкие к вычисленным, и кроме того подобрать конкретный тип микросхем ОУ из следующих соображений:

а) полное входное сопротивление ОУ должно быть по крайней мере равно  $10 R_{zK}$  (формулы для  $R_{zK}$  приведены в графе "Соотношения" табл. 3.5);

б) коэффициент усиления ОУ с разомкнутой обратной связью должен по крайней мере в 50 раз превосходить значение АЧХ фильтра на наибольшей требуемой частоте  $f_m$  в полосе пропускания;

в) скорость нарастания выходного напряжения, В/мкс, должна в  $\pi f_m 10^{-6}$  раз превышать максимальный размах выходного напряжения. В справочниках [4, с. 7-20], [8] можно найти подробные сведения об операционных усилителях и характеристиках серийно выпускаемых микросхем.

Предлагаемый расчет *ARC*-звеньев упрощенный. С более сложной методикой, включающей в себя оценку нестабильности характеристик фильтра, расчет нелинейных искажений и допустимого динамического диапазона, можно ознакомиться в [4, с. 150-193]. Для несложных практических расчетов удобны справочники [5, 7].

По окончании расчетов всех звеньев нужно нарисовать полную принципиальную схему проектируемого *ARC*-фильтра, каскадно включив

выбранные звенья. Например, схема эллиптического полосно-пропускающего фильтра 8-го порядка с высокодобротными полюсами будет представлять собой каскадное соединение двух звеньев вида ⑩ и двух звеньев вида ⑫. Порядок включения каскадов тоже важен. Нужно, чтобы перед звеном, имеющим всплеск АЧХ на некоторой частоте, стояло звено, обладающее на этой частоте небольшим значением АЧХ. Это достигается включением каскадов друг за другом в порядке увеличения добротности реализуемых полюсов.

#### 4. ДИСКРЕТНЫЕ И ЦИФРОВЫЕ ФИЛЬТРЫ

##### 4.1. СИНТЕЗ ДИСКРЕТНОГО ФИЛЬТРА

###### 4.1.1. Последовательность шагов

Дискретными фильтрами называют устройства, импульсная характеристика которых представляет собой последовательность  $\delta$ -функций. Они применяются для обработки как дискретных, так и обычных аналоговых сигналов. Импульсная характеристика реального дискретного фильтра - последовательность узких импульсов, следующих с интервалом  $T$ .

дискретный фильтр можно синтезировать на основе аналогового прототипа. Для этого надо полностью провести этап аппроксимации, строго следя указаниям гл. 2, получить в результате передаточную функцию аналогового фильтра заданного типа, а затем, используя преобразование переменных, перейти к системной функции дискретного фильтра.

Этот путь станет на один шаг короче, если перейти непосредственно от аналогового ФНЧ-прототипа к требуемому типу дискретного фильтра.

Проектирование фильтра включает следующие этапы:

1. Расчет по исходным данным для дискретного фильтра требований к аналоговому ФНЧ-прототипу.

2. Определение порядка фильтра, положения нулей и полюсов аналогового ФНЧ-прототипа с использованием справочника.

3. Пересчет нулей и полюсов аналогового ФНЧ-прототипа в нули и полюсы системной функции дискретного фильтра заданного типа.

4. Запись системной функции дискретного фильтра.

5. Составление функциональной схемы фильтра на основе его системной функции.

6. Расчет и построение АЧХ дискретного фильтра; проверка выполнения исходных требований.

#### 4.1.2. Определение требований к аналоговому прототипу по исходным данным

При синтезе дискретного фильтра по аналоговому прототипу происходит нелинейная трансформация частотного масштаба. Интервал частот  $(0, \infty)$  преобразуется в интервал  $(0, f_d/2)$ . При этом некоторые участки частотной характеристики полученного фильтра оказываются сжатыми по сравнению с прототипом, другие, наоборот, растянутыми, изменяется соотношение между границей полосы задерживания и полосой пропускания. Эти особенности должны быть учтены при определении порядка прототипа. Все необходимые для пересчета формулы приведены в табл. 4.1.

Покажем на двух примерах, как ими пользоваться.

Пример I. Дискретный ФНЧ. Пользуясь табл. 4.1, определим зависимость между частотными шкалами аналогового и дискретного фильтров:

$$\Omega = \gamma \operatorname{tg} \frac{\omega T}{2}$$

График этой функции приведен в табл. 4.1. Лучу  $\Omega \in [0, \infty)$  соответствует отрезок  $\omega \in [0, \pi/T]$ . При таком преобразовании частотной оси справедливо неравенство  $\Omega_3 > \frac{\omega_3}{\omega_n} = \frac{\varphi_3}{\varphi_n}$ , где  $\omega_n$  и  $\omega_3$  – заданные граничные частоты полосы пропускания и полосы задерживания. Очевидно при этом, что частотная характеристика аналогового прототипа оказывается более растянутой, чем у дискретного фильтра, и к прототипу предъявляются менее жесткие требования.

Перед тем как проводить расчеты, убедимся, что для частоты дискретизации  $f_d = 1/T$  выполнено условие  $f_d > 2f_3$ , где  $f_3$  – граничная частота полосы задерживания, поскольку если оно не выполняется, фильтр с заданными параметрами построить нельзя.

Заметим также, что при проведении расчетов удобнее пользоваться не значениями частот, а угловыми величинами:

$$\varphi_n = 2\pi f_n T = \omega_n T, \quad \varphi_3 = 2\pi f_3 T = \omega_3 T.$$

Константа  $\gamma$  находится из условия получения требуемой полосы пропускания по формуле  $\gamma = \operatorname{ctg} \frac{\varphi_n}{2}$ , а граничная частота полосы задерживания аналогового ФНЧ-прототипа рассчитывается как  $\Omega_3 = \gamma \operatorname{tg} \frac{\varphi_3}{2}$ .

В результате получаем следующие требования к ФНЧ-прототипу:  $\Omega_n = 1, \Omega_3, a_n, a_3$  (две последние величины берутся из исходных данных).

Таблица 4.1

вид д	формула обобщенного дискретно-аналогового преобразования фильтра	Связь частотных шкал аналогового ФНЧ-прототипа и дискретного фильтра	Формулы для координат нулей и полюсов дискретного фильтра	формула для нормирующего коэффициента $K_0$
				н - нечетное н - четное
ФНЧ	$P = \gamma \frac{z-1}{z+1},$ $\text{зде } \gamma = \operatorname{ctg} \frac{\omega_n T}{2},$ $\omega_n - \text{задания},$ $T = \frac{1}{f_d} \leq \frac{1}{2f_{\text{сиг. макс.}}}$	$\Omega = \gamma \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2},$ $\text{зде } \varphi = \omega T$	<u>Нули:</u> $Z_{0,k,k+1} = e^{\pm j\varphi_{0k}},$ $\varphi_{0k} = 2 \arctg \left( \frac{\Omega_{\infty 2}}{\gamma} \right),$ $\Omega_{\infty 2} - \text{из справочника.}$ <u>Дополнительные нули:</u> $Z_{n,k,-1} = -1, \quad k = 1, 2, \dots, n-m.$ <u>Полюсы:</u> $Z_{n,k,k+1} = \frac{\gamma + \rho_{nk}}{\gamma - \rho_{nk}}^2,$ где $\rho_{nk} = \alpha_k \pm j\beta_k - \text{из справочника.}$	$K_0 = \frac{1}{K(0)}$ $K_0 = \frac{10^{-0.05\alpha_0^2}}{K(0)}$
ФВЧ	$P = \gamma \frac{z+1}{z-1},$ $\text{зде } \gamma = \operatorname{tg} \frac{\omega_n T}{2},$ $\omega_n - \text{задания},$ $T = \frac{1}{f_d} \leq \frac{1}{2f_{\text{сиг. макс.}}}$	$\Omega = \gamma \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2},$ $\text{зде } \varphi = \omega T$	<u>Нули:</u> $Z_{0,k,k+1} = e^{\pm j\varphi_{0k}},$ $\varphi_{0k} = 2 \arccos \left( \frac{\Omega_{\infty 2}}{\gamma} \right),$ $\Omega_{\infty 2} - \text{из справочника.}$ <u>Дополнительные нули:</u> $Z_{n,k,-1} = 1, \quad k = 1, 2, \dots, n-m.$ <u>Полюсы:</u>	$K_0 = \frac{1}{K(\pi)}$ $K_0 = \frac{10^{-0.05\alpha_n^2}}{K(\pi)}$

1	$\prod \Phi$	$P = \gamma \frac{z^2 - 2\eta z + 1}{z^2 - 1}$ , изе $\gamma' = ctg \frac{\varphi_{nB} - \varphi_{nH}}{2}$ , $\eta = \cos \frac{1}{2}(\varphi_{nB} - \varphi_{nH})$ , $\varphi_{nB} = \omega_{nB} T$ , $\varphi_{nH} = \omega_{nH} T$ , $\omega_{nB}$ и $\omega_{nH}$ - $\alpha_3$ заданны, $T = \frac{1}{f_A} \leq \frac{1}{2f_{\text{фирм. макс.}}}$	$Q = \frac{\gamma(\eta - \cos \varphi)}{\sin \varphi}$ , изе $\varphi = \omega T$  $R_3 = \min( R'_3 ,  R''_3 )$	<u>Нули:</u> $Z_{0s} = 1 + Z_{ot} = -1$ , $s, t = 1, 2, \dots, n-m$ <u>Полосы:</u> $Z_{nB}, k+1, k+2, k+3 = \frac{\eta \gamma \pm \sqrt{\rho_{nB}^2 - \gamma^2(1-\eta^2)}}{\gamma \eta}$ , изе $\varphi_u = \arccos \eta$ $K_0 = \frac{10^{-0.05 a_n^k}}{K(\varphi_u)}$ , изе $\varphi_u = \arccos \eta$
2	$\prod 3\Phi$	$P = \gamma \frac{z^2 - 2\eta z + 1}{z^2 - 1}$ , изе $\gamma' = tg \frac{\varphi_{nB} - \varphi_{nH}}{2}$ , $\eta = \cos \frac{1}{2}(\varphi_{nB} + \varphi_{nH})$ , $\varphi_{nB} = \omega_{nB} T$ , $\varphi_{nH} = \omega_{nH} T$ , $\omega_{nB}$ и $\omega_{nH}$ - $\alpha_3$ заданны, $T = \frac{1}{f_A} \leq \frac{1}{2f_{\text{фирм. макс.}}}$	$Q = \frac{\gamma \sin \varphi}{\eta - \cos \varphi}$ , изе $\varphi = \omega T$  $R_3 = \min( R'_3 ,  R''_3 )$	<u>Нули:</u> $Z_{0s}, k+1, k+2, k+3 = e^{\pm j \varphi_{0, k+1}}$ , $\varphi_{0, k+1} = \arctg \left( \frac{\rho_{nB}}{\gamma} \right) \pm \arctg \left( \frac{\eta \rho_{nB}}{\sqrt{\rho_{nB}^2 + \rho_{nH}^2}} \right)$ , изе $\varphi_u = \arccos \eta$ <u>Полосы:</u> $Z_{nB}, k+1, k+2, k+3 = \frac{\eta \gamma \pm \sqrt{\rho_{nB}^2 - \gamma^2(1-\eta^2)}}{\rho_{nB} - \gamma}$ , изе $\varphi_u = \arccos \eta$ $K_0 = \frac{10^{-0.05 a_n^k}}{K(0)}$

$n$  - число полюсов и нулей ФНЧ-прототипа;  $a_n^k$  - из залогобеска таблицы справочника.

Пример 2. Полосно-пропускающий фильтр. Связь между частотами аналогового ФНЧ-прототипа и дискретного ШПФ определяем в графике 3 табл. 4.1:

$$\Omega = \gamma \frac{\eta - \cos \omega T}{\sin \omega T} .$$

График, построенный на основе этой зависимости, приведен в табл. 4.1.

Как и ранее, расчет начинаем с проверки величины частоты дискретизации: она должна удовлетворять условию  $f_d > 2f_{\text{зб}}$ ; затем переходим к угловым величинам:  $\varphi_{nB} = \omega_{nB} T$ ,  $\varphi_{nH} = \omega_{nH} T$ ,  $\varphi_{3H} = \omega_{3H} T$ , где  $\omega_{nB}$ ,  $\omega_{nH}$ ,  $\omega_{3B}$ ,  $\omega_{3H}$  заданы.

По формулам табл. 4.1 вычисляем константы  $\gamma$  и  $\eta$ .

Далее рассчитываем граничные частоты полосы задерживания аналогового ФНЧ-прототипа:

$$\Omega'_3 = \gamma \frac{\eta - \cos \varphi_{3B}}{\sin \varphi_{3B}}, \quad \Omega''_3 = \gamma \frac{\eta - \cos \varphi_{3H}}{\sin \varphi_{3H}}$$

Из двух полученных значений выбираем соответствующее более жестким требованиям  $\Omega_3 = \min(\Omega'_3, |\Omega''_3|)$ .

В результате найдены параметры ФНЧ-прототипа:  $\Omega_3$ ,  $a_n$ ,  $a_3$  (две последние величины заданы).

Совершенно аналогично определяются требования к прототипу и при синтезе ФВЧ и ПЗФ.

Выбор порядка прототипа и определение координат нулей и полюсов его передаточной функции производится точно так же, как и при синтезе аналогового фильтра. Руководствуясь справочником [I], определяем минимальный порядок, а затем записываем из нужной таблицы справочника нули и полюсы ФНЧ-прототипа (см. разд. 2.4).

#### 4.1.3. Определение координат нулей и полюсов системной функции дискретного фильтра

Для получения координат нулей и полюсов системной функции дискретного фильтра используются формулы обобщенного билинейного преобразования, приведенные в графике 4 табл. 4.1.

Рассмотрим основные особенности этого этапа на примере расчета ФВЧ и ШПФ.

Пример 3. Дискретный ФВЧ. Для расчета координат нулей и полюсов заменяем  $P$  на его выражение через  $X$ :

$$\rho = \gamma \frac{x+1}{x-1}, \quad \gamma = \operatorname{tg} \frac{\varphi_n}{2}, \quad \varphi_n = \omega_n T, \quad (4.1)$$

где  $\rho = \alpha + j\beta$

Представим вычисленные значения полюсов в показательной форме:

$$z_n = r_n e^{\pm j\varphi_n}, \quad 0 < r_n < 1, \quad -\pi \leq \varphi_n \leq \pi.$$

Поскольку нули аналогового прототипа лежат на оси  $j$ , их модули в  $x$ -плоскости равны единице, поэтому достаточно определить только угловые координаты нулей:

$$\varphi_0 = 2 \operatorname{arctg} \frac{\Omega_\infty}{\gamma}.$$

Полученные нули представим в форме

$$z_0 = e^{\pm j\varphi_0}, \quad -\pi \leq \varphi_0 \leq \pi.$$

Наличие знаменателя  $x-1$  в формуле (4.1) приводит к появлению дополнительных нулей  $x=1$ , количество которых равно разности между числом полюсов и нулей в аналоговом ФНЧ-прототипе.

Пример 4. Дискретный ШФ. Для нахождения полюсов дискретного ШФ воспользуемся формулой билинейного преобразования:

$$\rho = \gamma \frac{x^2 - 2yx + 1}{x^2 - 1}, \quad (4.2)$$

где  $\gamma$  и  $y$  – константы, определенные на предыдущем этапе синтеза.

Используя эту формулу, получим полюсы дискретного ШФ:

$$z_n = \frac{2\gamma \pm \sqrt{\rho_n^2 - \gamma^2(1-y^2)}}{\gamma - \rho_n}, \quad (4.3)$$

где  $\rho_n = \alpha + j\beta$ .

Выражение (4.3) дает сразу две пары полюсов, образующихся из одной пары полюсов аналогового ФНЧ-прототипа. При использовании этого выражения может возникнуть затруднение в вычислении корня из комплексного числа.

Известно, что

$$\sqrt{x+jy} = \sqrt{x^2+y^2} \left( \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) + j \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \right),$$

где  $\psi = \arg(x+jy)$  – угол между вектором с координатами  $(x, y)$  и положительным направлением действительной оси,  $k = 0, I$ . Так как перед корнем в формуле (4.3) уже стоят два знака  $(\pm)$ , можно положить  $k = 0$ .

Рассчитанные значения полюсов запишем в показательной форме:

$$z_n = r_n e^{\pm j\varphi_n}, \quad 0 < r_n < 1, \quad -\pi \leq \varphi_n \leq \pi.$$

Модули нулей в  $x$ -плоскости равны единице, а их угловые координаты можно определить как

$$\varphi_0 = \operatorname{arctg} \left( \frac{\Omega_\infty}{\gamma} \right) \pm \operatorname{arctg} \left( \frac{\sqrt{\Omega_\infty^2 + \gamma^2(1-y^2)}}{y\gamma} \right).$$

Таким образом, каждый нуль ФВЧ-прототипа будет порождать два нуля дискретного ШФ. Комплексные значения нулей записываем в показательной форме:

$$z_0 = e^{\pm j\varphi_0}, \quad -\pi \leq \varphi_0 \leq \pi.$$

Обратим внимание на то, что в формуле преобразования переменных (4.2) в знаменателе стоит выражение  $x^2 - 1$ . В результате этого на диаграмме нулей и полюсов будут появляться дополнительные нули в точках  $x=1$  и  $x=-1$ . Количество таких пар равно разности между числом полюсов и нулей в аналоговом ФНЧ-прототипе.

#### 4.1.4. Запись системной функции дискретного фильтра

Располагая координатами нулей и полюсов, запишем системную функцию дискретного фильтра:

$$K(x) = \frac{\prod_{i=1}^m (x - z_{ni})}{\prod_{i=1}^n (x - z_{pi})}, \quad (4.4)$$

где  $m$  и  $n$  – соответственно количество нулей и полюсов ( $m=n$ ).

Обычно формулу для  $K(x)$  записывают в виде, не содержащем комплексных величин. Для этого попарно раскрывают скобки, соответствующие комплексно-сопряженным полюсам и нулям:

$$(x - z_p)(x - z_p^*) = x^2 - 2x \cos \varphi_p + 1,$$

$$(x - z_n)(x - z_n^*) = x^2 - 2r_n x \cos \varphi_n + r_n^2.$$

В результате получается выражение следующего типа:

$$K(x) = \frac{\prod_{i=1}^m (x - z_{oi}) \cdot \prod_{i=1}^{m_2} (x^2 - 2x \cos \varphi_{oi} + 1)}{\prod_{i=1}^{n_1} (x - z_{ni}) \prod_{i=1}^{n_2} (x^2 - 2r_{ni}x \cos \psi_{ni} + r_{ni}^2)} \quad (4.5)$$

Здесь в первые произведения числителя и знаменателя включены нули и полюсы, лежащие на действительной оси. В частном случае они могут отсутствовать, тогда  $m_1$  или  $n_1$  равны нулю. Вторые произведения содержат сомножители, соответствующие комплексно-сопряженным нулям и полюсам. Отметим, что  $m_1 + 2m_2 = m$  и  $n_1 + 2n_2 = n$ .

По найденной системной функции  $K(x)$  находится амплитудно-частотная характеристика. Для этого достаточно в формулу (4.4) или (4.5) вместо  $x$  подставить  $e^{j\omega T}$  и найти модуль полученного выражения. Если необходимо записать АЧХ в нормированном виде, полученное выражение следует умножить на коэффициент из графы 5 табл. 4.1.

Численный расчет частотной характеристики следует выполнять с помощью имеющейся программы, исходными данными для которой служат координаты нулей и полюсов системной функции, записанные в полярной системе координат. По результатам расчетов следует проверить выполнение исходных требований и построить график  $|K(j\omega)|$ .

#### 4.1.5. Структура дискретных фильтров

Задача построения структуры фильтра по его системной функции не имеет однозначного решения. Можно построить фильтр в виде последовательного или параллельного соединения звеньев первого и второго порядка, можно использовать каноническую или прямую структуры. Кроме того, возможны различные комбинации этих вариантов. Покажем некоторые из способов построения структурной схемы на примере фильтра пятого порядка.

Запишем системную функцию в виде произведения трех дробей

$$K(x) = \frac{a_{11}x + a_{01}}{x + b_{01}} \cdot \frac{a_{22}x^2 + a_{12}x + a_{02}}{x^2 + b_{12}x + b_{02}} \cdot \frac{a_{23}x^2 + a_{13}x + a_{03}}{x^2 + b_{13}x + b_{03}} = \\ = K_1(x) K_2(x) K_3(x) \quad (4.6)$$

Произведению системных функций соответствует последовательное включение звеньев, как показано на рис. 4.1. Каждое звено может быть реализовано в виде прямой или канонической структуры. Два варианта построения звена первого порядка приведены на рис. 4.2, а на рис. 4.3 показаны варианты схем звеньев второго порядка.

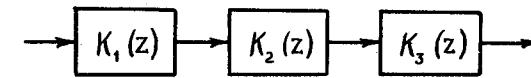


Рис. 4.1

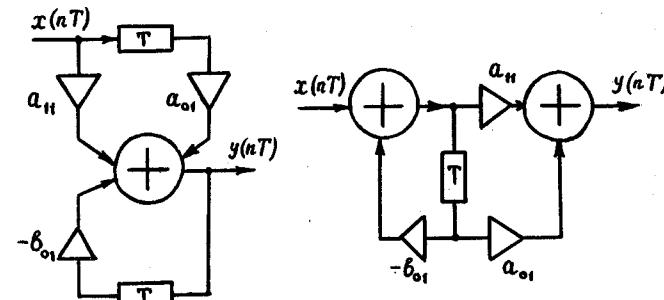


Рис. 4.2

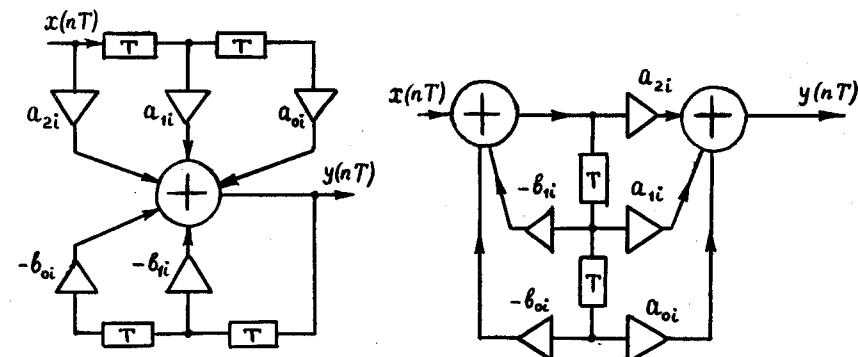


Рис. 4.3

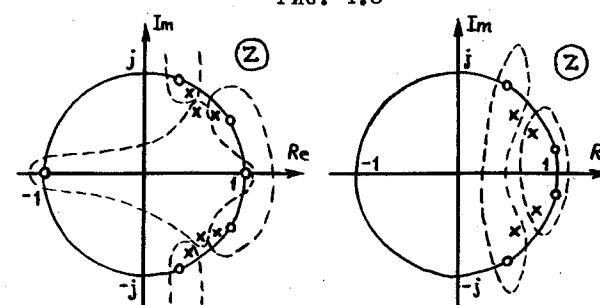


Рис. 4.4

Разбиение  $K(x)$  на сомножители можно провести несколькими способами. Полезное практическое правило заключается в объединении в одном звене наиболее близко расположенных нулей и полюсов, как показано на рис. 4.4.

Если (4.6) представить в виде одной дроби, раскрыв все скобки, то можно прийти к выражению

$$K(x) = \frac{a_5 x^5 + a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0}{x^5 + b_4 x^4 + b_3 x^3 + b_2 x^2 + b_1 x + b_0}.$$

Реализация такой системной функции показана на рис. 4.5. Она представляет собой каноническую структуру фильтра 5-го порядка, которая включает два сумматора и число элементов задержки, равное порядку фильтра.

Еще один возможный способ реализации – параллельный. Чтобы получить эту структуру, нужно разложить системную функцию на сумму дробей, каждой из которых соответствует звено первого или второго порядка. В нашем примере их будет три:

$$K(x) = K'_1(x) + K'_2(x) + K'_3(x).$$

Соответствующая структурная схема приведена на рис. 4.6.

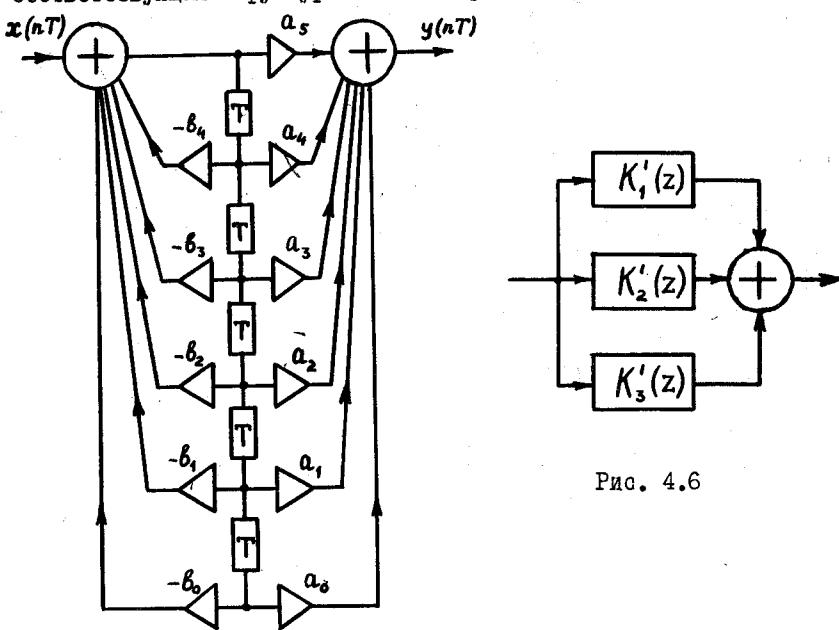


Рис. 4.6

Все перечисленные способы реализации, давая одну и ту же системную функцию, различаются, однако, по величине шумов и чувствительности к погрешностям квантования коэффициентов. Выбор в пользу той или иной структуры необходимо будет сделать при анализе характеристик цифрового фильтра.

Более подробно процедуры синтеза дискретного фильтра и его структуры описаны в [9-II].

#### 4.2. ПЕРЕХОД ОТ ДИСКРЕТНОГО ФИЛЬТРА К ЦИФРОВОМУ

В результате решения задачи аппроксимации получается дискретный фильтр с фактически неограниченной разрядностью коэффициентов. При переходе к цифровому фильтру, в котором хранение и обработка отсчетов осуществляется реальными устройствами (элементами памяти, умножителями, сумматорами) с конечным числом разрядов, необходимо осуществить квантование коэффициентов и определить необходимые разрядности входного сигнала и регистров оперативной памяти.

##### 4.2.1. Определение разрядности коэффициентов фильтра

Квантование коэффициентов приводит к изменению положения полюсов и нулей системной функции и, следовательно, к искажению частотной характеристики. Чем больше разрядов будет использовано для представления коэффициентов, тем ближе будет частотная характеристика цифрового фильтра к частотной характеристике дискретного. Однако увеличение разрядности приводит к усложнению аппаратуры и повышению требований к быстродействию ее элементов. Задача состоит в нахождении минимального числа разрядов, при котором отклонения частотной характеристики от заданной не превышают допустимых.

Для определения разрядности коэффициентов следует провести расчет частотной характеристики для различного числа разрядов в представлении коэффициентов фильтра. Поскольку в реальном фильтре коэффициенты представляются в двоичном виде, для расчетов следовало бы брать их округленное двоичное значение. При выполнении курсовой работы можно проводить округление десятичных значений коэффициентов, а после определения достаточного количества десятичных разрядов найти соответствующее число двоичных. При этом, однако, может оказаться, что разрядность будет выбрана с некоторым запасом.

Процедура расчета заключается в следующем:

1. Для выбранной структуры фильтра по найденным на предыдущих этапах координатам полюсов и нулей определяем "точное" значение коэффициентов (см. разд. 4.1.5). Полученные коэффициенты округляем до пяти десятичных разрядов.

2. По округленным значениям коэффициентов находим новую системную функцию и координаты ее нулей и полюсов.

3. Расчитываем частотную характеристику и определяем величину ее неравномерности в полосе пропускания и ослабление в полосе задерживания. Если найденные значения укладываются в заданный допуск, уменьшаем число разрядов на единицу и возвращаемся к шагу 2. В противном случае в качестве требуемого числа разрядов выбираем предыдущее значение и определяем по нему число двоичных разрядов  $n_k$ .

Ход расчетов следует представить в виде табл. 4.2.

Т а б л и ц а 4.2

Параметры фильтра	Число разрядов				
	5	4	3	2	1
Коэффициенты фильтра	$a_1$ $a_2$	$a_1$ $a_2$	...	...	$a_1$ $a_2$
Координаты нулей	$x_{01}$ $x_{02}$ ⋮	$x_{01}$ $x_{02}$ ⋮	...	...	$x_{01}$ $x_{02}$ ⋮
Координаты полюсов	$x_{n1}$ $x_{n2}$ ⋮	$x_{n1}$ $x_{n2}$ ⋮	...	...	$x_{n1}$ $x_{n2}$ ⋮
Неравномерность в полосе пропускания	$\alpha_n$	$\alpha_n$	...	...	$\alpha_n$
Ослабление в полосе задерживания	$\alpha_3$	$\alpha_3$	...	...	$\alpha_3$

#### 4.2.2. Определение разрядности входного сигнала

Квантование входного сигнала и округление результатов арифметических операций приводит к появлению шума квантования. Допустимая величина этого шума и заданный динамический диапазон изменения входного сигнала служат исходными данными для определения

разрядности входного сигнала и регистров оперативной памяти. Кроме того, предполагается, что уже определена структура фильтра и значения коэффициентов.

Под динамическим диапазоном понимается отношение максимальной амплитуды входного сигнала  $a_{max}$  к минимальной  $a_{min}$ , при которой обеспечивается заданное отношение мощности сигнала к мощности шума на выходе фильтра:

$$D = 20 \lg (a_{max} / a_{min}) . \quad (4.7)$$

Под отношением сигнал/шум  $R_w$  (дБ) понимается отношение мощности выходного сигнала  $P_c$  к мощности шума  $P_w$  на выходе фильтра:

$$R_w = 10 \lg (P_c / P_w) . \quad (4.8)$$

При синусоидальном входном сигнале

$$R_w = 10 \lg (\alpha^2 / (2P_w)) , \quad (4.9)$$

где  $\alpha$  – амплитуда синусоидального выходного сигнала.

Если АЧХ фильтра в полосе пропускания примерно равна единице, то амплитуду выходного сигнала можно считать равной амплитуде входного.

Минимальная амплитуда входного сигнала  $a_{min}$  определяется по заданному значению  $D$  из (4.7):

$$a_{min} = a_{max} 10^{-D/20} . \quad (4.10)$$

Допустимая мощность шума квантования  $P_{w\text{ доп}}$  определяется из (4.9) и (4.10) при заданном значении  $R_w$  и минимальной амплитуде входного сигнала следующим образом:

$$P_{w\text{ доп}} = \frac{\alpha^2}{2} 10^{-(D+R_w)/10} . \quad (4.11)$$

Мощность шума складывается из двух составляющих: мощность шума квантования входного сигнала (внешний шум) и мощность шума округления результатов арифметических операций (внутренний шум).

Разрядность входного сигнала  $n_c$  определяется на основе оценки составляющих внешнего шума.

При определении величины  $n_c$  рассчитанная по формуле (4.11) мощность  $P_{w\text{ доп}}$  распределяется на допуски  $P_{w\text{ ве}}$  и  $P_{w\text{ ви}}$ , отводимые на внешнюю и собственную составляющие выходного шума. Можно принять, что

$$P_{w\theta} = \beta P_{w_{dop}} ; \quad P_{wc} = P_{w_{dop}} - P_{w\theta} , \quad (4.12)$$

где  $\beta = (0,8 \dots 0,9)$ .

Удобно считать, что входной сигнал нормирован к единичному уровню, т.е.  $\max |x(nT)| = a_{max} = 1$ .

Вклад квантования входного сигнала в мощность шума на выходе фильтра определяется достаточно просто. Сигнал при представлении двоичным кодом округляется. Ошибка квантования является случайной величиной, равномерно распределенной в интервале  $(-2^{-(n+1)}, 2^{-(n+1)})$  с дисперсией  $2^{-2n}/12$  и нулевым математическим ожиданием. Можно считать, что отдельные отсчеты некоррелированы и спектральная плотность мощности равномерна. Так как частотная характеристика фильтра известна, можно воспользоваться правилом определения дисперсии шума на выходе линейного фильтра [10]:

$$\sigma_{w_{\text{ых}}}^2 = \sigma_{w_x}^2 \cdot \frac{T}{\pi} \int_0^{\pi/T} |K(e^{j\omega T})|^2 d\omega . \quad (4.13)$$

Расчет по этой формуле следует проводить численно с применением ЭВМ.

Для фильтров низкого порядка расчет можно провести аналитически, представив формулу (4.13) в эквивалентном виде:

$$\tilde{\sigma}_{w_{\text{ых}}}^2 = \sigma_{w_x}^2 \sum_{n=0}^{\infty} (h(n))^2 = \sigma_{w_x}^2 \frac{1}{2\pi j} \oint K(x) K^*(x) x^n dx , \quad (4.14)$$

где  $h(n)$  – отсчет импульсной характеристики;  $K(x)$  – системная функция фильтра.

Интеграл в формуле (4.14) вычисляется с помощью теоремы о вычетах, известной из курса математики.

Из формул (4.12) и (4.13) находится разрядность входного сигнала:

$$n_c = \text{int} \left( 0,5 \log_2 \frac{E^2}{12\beta P_{w_{dop}}} \right) ,$$

где  $E^2 = \sum_{n=0}^{\infty} h^2(n)$ ,  $\text{int}(\cdot)$  – целая часть.

Эта величина определяется любым способом по (4.13) или (4.14).

## ВОПРОСЫ

Занимаясь углубленным изучением рекомендованных Вам книг, постараитесь отыскать в них ответы на приводимые ниже вопросы. Эти ответы, по крайней мере некоторые из них, или Ваши соображения по проблемам, которые Вы поставите перед собой сами, неплохо будет поместить в текст пояснительной записки, составленной Вами по результатам выполнения курсовой работы.

1. В чем оптимальность выбранного Вами типа фильтра (Баттерворта, Чебышева, эллиптического) по сравнению с фильтрами других типов? По каким характеристикам данный тип проигрывает?

2. Зачем при проведении этапа аппроксимации стараются получить передаточную функцию, обеспечивающую запасы по затуханию и граничным частотам?

3. Почему АЧХ лестничного  $L\ell$ -фильтра имеет малую чувствительность к изменениям значений элементов?

4. Какие факторы оказывают влияние на нестабильность характеристик фильтра?

5. Есть ли преимущества у каскадного соединения  $RIC$ -звеньев перед лестничной  $L\ell$ -структурой?

6. Из каких соображений следует выбирать буферный каскад в схеме каскадного соединения  $RIC$ -звеньев?

7. Какое важное достоинство лестничных  $L\ell$ -структур сохраняется в схемах на гироскопах?

8. Какими преимуществами обладают  $ARC$ -фильтры по сравнению с  $L\ell$ -структурами?

9. Какие затруднения возникают при попытках использовать  $ARC$ -фильтры на частотах выше нескольких мегагерц?

10. Какое негативное влияние на работу фильтра могут оказывать операционные усилители?

II. За счет чего в  $ARC$ -фильтрах удается обеспечить резонансные всплески АЧХ при отсутствии резонансных контуров?

12. Почему вреден большой разброс номиналов элементов, используемых в одной и той же схеме?

13. С чем связано требование подачи на вход  $ARC$ -фильтра и цифрового фильтра не слишком большого по амплитуде, но и не слишком маленького сигнала?

14. В чем преимущества цифровых систем перед аналоговыми?

15. Как построить систему обработки аналогового сигнала, включающую в себя в качестве ядра цифровой фильтр?

16. Какие эффекты возникают из-за квантования коэффициентов и переменных цифрового фильтра? Каким образом можно минимизировать нежелательные последствия квантования? Почему бессмысленно поднимать разрядность АЦП выше определенного значения?

ПРИМЕР РАСЧЕТА ШФ, РЕАЛИЗОВАННОГО  
В ВИДЕ ЛЕСТНИЧНОЙ ЧС-СТРУКТУРЫ

Требуется спроектировать полосно-пропускающий фильтр, имеющий следующие параметры:  $f_{ph} = 1 \text{ МГц}$ ,  $f_{pb} = 1,2 \text{ МГц}$ ,  $f_{zh} = 0,5 \text{ МГц}$ ,  $f_{zb} = 2 \text{ МГц}$ ,  $a_n = 0,4 \text{ дБ}$ ,  $a_3 = 25 \text{ дБ}$ ,  $R_h = 1 \text{ к}\Omega$ .

I. Будем синтезировать фильтр Чебышева.

$$2. \text{ Воспользуемся формулами табл. 2.1. } f_0 = \sqrt{f_{ph} f_{zb}} = \\ = \sqrt{1 \cdot 1,2} = 1,095445 \text{ (МГц).}$$

$$\tilde{\Omega}_{pb} = \frac{f_{pb}}{f_0} = \frac{1,2}{1,095445} = 1,095445; \quad \tilde{\Omega}_{ph} = \frac{f_{ph}}{f_0} = \frac{1}{1,095445} = 0,912871;$$

$$\eta = \frac{f_{zb} f_{zh}}{f_0^2} = \frac{2 \cdot 0,5}{1,2} = 0,833 < 1, \text{ поэтому}$$

$$\tilde{\Omega}_{zb} = \frac{f_{zb}}{f_0} = \frac{2}{1,095445} = 1,825742; \quad \tilde{\Omega}_{zh} = \frac{1}{\tilde{\Omega}_{zb}} = \frac{1}{1,825742} = 0,547723.$$

$$3. \quad \Omega_3 = \frac{\tilde{\Omega}_{zb} - \tilde{\Omega}_{zh}}{\tilde{\Omega}_{pb} - \tilde{\Omega}_{ph}} = \frac{1,825742 - 0,547723}{1,095445 - 0,912871} = 7,00.$$

Требования к ФНЧ-прототипу:  $\Omega_3 = 7,00$ ;  $a_n = 0,4 \text{ дБ}$ ;  $a_3 = 25 \text{ дБ}$ .

4. По таблице в [I, с. 23] определяем дополнительное затухание:  $1\alpha = 11,8 \text{ дБ}$  для  $a_n^* = 0,2803 \text{ дБ}$ ,  $a_2 = a_3 + 1\alpha = 25 + 11,8 = 36,8 \text{ (дБ)}$ . По графику  $a_\Sigma(1/\Omega_3)$  [I, с. 23] определяем, что порядок ФНЧ-прототипа  $n = 2$ , случай б.

5. Из таблицы [I, с. 93] для фильтра Чебышева находим:  $C_1 = 0,866025$ ,  $L_2 = 0,577350$ ,  $\alpha_1 = -0,866025$ ,  $\beta_1 = 1,118034$ ,  $C = 0,516398$  (схема с источником тока, рис. П.1).

6. Ведем пересчет полюсов (см. табл. 2.4):

$$q = \frac{1}{\tilde{\Omega}_{pb} - \tilde{\Omega}_{ph}} = \frac{1}{1,095445 - 0,912871} = 5,477231;$$

$$\varepsilon = \left( \frac{\alpha_1}{2q} \right)^2 - \left( \frac{\beta_1}{2q} \right)^2 - 1 = \left( \frac{-0,866025}{2 \cdot 5,477231} \right)^2 - \\ - \left( \frac{1,118034}{2 \cdot 5,477231} \right)^2 - 1 = -1,004167;$$

$$\eta = \frac{\alpha_1 \beta_1}{2q^2} = \frac{-0,866025 \cdot 1,118034}{2 \cdot (5,477231)^2} = -0,016137;$$

$$x = \sqrt{\varepsilon^2 + \eta^2} = \sqrt{(-1,004167)^2 + (-0,016137)^2} = 1,004297;$$

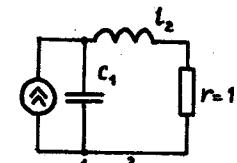


Рис. П.1

$$\tilde{\alpha}_{1\pm} = \frac{d_1}{2q} \pm \sqrt{\frac{x+\varepsilon}{2}} = \frac{-0,866025}{2 \cdot 5,477231} \pm \sqrt{\frac{1,004297+1,004167}{2}} =$$

$$= -0,079057 \pm 0,008062; \quad \tilde{\alpha}_{1+} = -0,070995, \quad \tilde{\alpha}_{1-} = -0,087119;$$

$$\tilde{\beta}_4 = \sqrt{\frac{x-\varepsilon}{2}} \pm \frac{p_1}{2q} = \sqrt{\frac{1,004297+1,004167}{2}} \pm \frac{1,118034}{2 \cdot 5,477231} =$$

$$= 1,002114 \pm 0,102062; \quad \tilde{\beta}_{1+} = 1,104176, \quad \tilde{\beta}_{1-} = 0,900052.$$

Комплексные значения полюсов (округлим до 4-х знаков после запятой):  $\tilde{\rho}_{1,2} = -0,0710 \pm j0,9001; \quad \tilde{\rho}_{3,4} = -0,0871 \pm j1,1042$ .

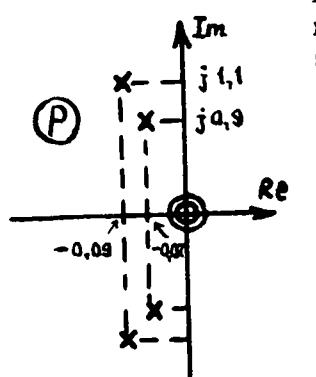


Рис. П.2

Возникает также двухкратный нуль в точке  $p_0 = 0$ . Диаграмма нулей и полюсов показана на рис. П.2.

7. Передаточная функция:

$$K(p) = \frac{K_0 p^2}{(p+0,0710-j0,9001)(p+0,0710+j0,9001)(p+0,0871-j1,1042)(p+0,0871+j1,1042)}$$

Нормировочный коэффициент рассчитаем по формуле (см. табл. 2.5):

$$K_0 = \frac{1}{Cq^2} = \frac{1}{0,516398(5,477231)^2} = 0,0645.$$

После преобразований получаем

$$K(p) = \frac{0,0645 p^2}{(p^2+0,1420p+0,8152)(p^2+0,1742p+1,2268)}.$$

8. АЧХ будем рассчитывать по формуле

$$K(\Omega) = |K(p)|_{p=j\Omega} = \frac{0,0645 \Omega^2}{\sqrt{(0,8152-\Omega^2)^2 + (0,1420\Omega)^2} \sqrt{(1,2268-\Omega^2)^2 + (0,1742\Omega)^2}}$$

Примерный вид АЧХ показан на рис. П.3.

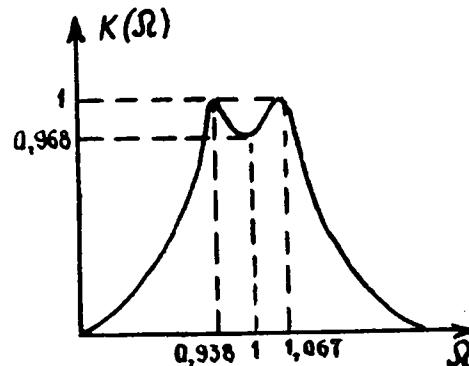


Рис. П.3

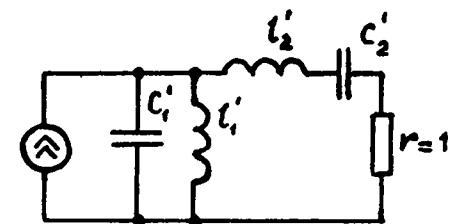


Рис. П.4

9. Схема IIIФ, полученная путем преобразования схемы ФНЧ-прототипа, представлена на рис. П.4. Расчитаем ее нормированные элементы (см. табл. 3.1):

$$c'_1 = q c_1 = 5,477231 \cdot 0,866025 = 4,7434;$$

$$l'_1 = 1/q c_1 = 1/4,7434 = 0,2108;$$

$$c'_2 = 1/q l'_2 = 1/(5,477231 \cdot 0,577350) = 0,3162;$$

$$l'_2 = q l'_2 = 5,477231 \cdot 0,577350 = 3,1623.$$

$c'_1$  и  $c'_2$ ,  $l'_1$  и  $l'_2$  отличаются на порядок. Чтобы устранить такие резкие различия, применим автотрансформаторное включение контура. Положим коэффициент трансформации  $n = 3$ . В этом случае (см. табл. 3.2):  $c''_1 = c'_1/n^2 = 4,7434/9 = 0,5270$ ;  $l''_1 = l'_1 n^2 = 0,2108 \cdot 9 = 1,8972$ .

Денормируем значения элементов:

$$c_1 = c''_1 / 2\pi f_o R_H = 0,5270 / (2 \cdot 1,095445 \cdot 10^6 \cdot 10^3) = 76,6 \text{ (пФ)} \rightarrow 75 \text{ пФ};$$

$$L_1 = l''_1 R_H / 2\pi f_o = 1,8972 \cdot 10^3 / (2 \cdot 1,095445 \cdot 10^6) = 0,28 \text{ (мГн)};$$

$$c_2 = c'_2 / 2\pi f_o R_H = 0,3162 / (2 \cdot 1,095445 \cdot 10^6 \cdot 10^3) = 46,0 \text{ (пФ)} \rightarrow 47 \text{ пФ};$$

$$L_2 = l'_2 R_H / 2\pi f_o = 3,1623 \cdot 10^3 / (2 \cdot 1,095445 \cdot 10^6) = 0,46 \text{ (мГн)}.$$

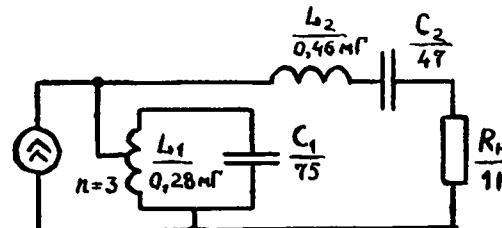


Рис. П.5

Схема IIIФ показана на рис. П.5.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

### ЛИТЕРАТУРА

1. Зааль Р. Справочник по расчету фильтров / Пер. с нем.; Под ред. Н.Н. Слепова. - М.: Радио и связь, 1983.
2. Христиан Э., Эйзенман Е. Таблицы и графики по расчету фильтров. Справочник / Пер. с англ.; Под ред. А.Ф. Белецкого. - М.: Связь, 1975.
3. Ханzel Г. Справочник по расчету фильтров / Пер. с англ.; Под ред. А.Е. Знаменского. - М.: Сов. радио, 1974.
4. Справочник по расчету и проектированию *ARC*-схем / Под ред. А.А. Ланна. - М.: Радио и связь, 1984.
5. Джонсон Дж., Джонсон Дж., Мур Г. Справочник по активным фильтрам / Под ред. И.Н. Теплюка. - М.: Энергоатомиздат, 1983.
6. Троинин Ю.В., Гурский О.В. Синтез фильтров: Учебное пособие. - М.: Изд-во МАИ, 1990.
7. Мошиц Г., Хорн П. Проектирование активных фильтров / Пер. с англ.; Под ред. И.Н. Теплюка. - М.: Мир, 1984.
8. Интегральные микросхемы: Справочник / Под ред. Б.В. Тарабрина. - М.: Энергоатомиздат, 1985.
9. Цифровые фильтры в электросвязи и радиотехнике / Под ред. Л.М. Гольденберга. - М.: Радио и связь, 1982.
10. Рабинер Л., Гулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов / Пер. с англ.; Под ред. Ю.Н. Александрова. - М.: Мир, 1978.
- II. Троинин Ю.В., Гурский О.В., Демин М.П. Дискретные сигналы и их обработка. - М.: МАИ, 1985.

Предисловие .....	3
I. Исходные данные. Этапы проектирования .....	4
2. Аппроксимация частотной характеристики фильтра .....	6
2.1. Последовательность шагов .....	6
2.2. Тип фильтра .....	7
2.3. Требования к ФНЧ-прототипу .....	7
2.4. Порядок, нули и полюсы ФНЧ-прототипа .....	8
2.5. Нули и полюсы синтезируемого фильтра .....	II
2.6. Передаточная функция и АЧХ .....	13
3. Реализация аналогового фильтра .....	16
3.1. Лестничная <i>Lc</i> -структур .....	16
3.2. Каскадное соединение <i>MlC</i> -звеньев .....	21
3.3. Гираторная реализация безиндуктивного фильтра .....	25
3.4. <i>ARC</i> -фильтр с каскадной структурой .....	28
4. Дискретные и цифровые фильтры .....	35
4.1. Синтез дискретного фильтра .....	35
4.2. Переход от дискретного фильтра к цифровому .....	45
Вопросы .....	49
Приложение .....	51
Литература .....	54