

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(технический университет)

Ю.В. КУЗНЕЦОВ, В.В. ГОЛОВАНОВ

**ВРЕМЕННОЙ И ЧАСТОТНЫЙ
АНАЛИЗ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ**

Учебное пособие

Утверждено
на заседании редсовета
14 декабря 1998 г.

Москва
Издательство МАИ
1999

Кузнецов Ю.В., Голованов В.В. Временной и частотный анализ линейных цепей: Учебное пособие. — М.: Изд-во МАИ, 1999. — 40 с.: ил.

Даются основные теоретические соотношения и методика составления и решения динамических уравнений, описывающих линейную цепь, а также рекомендации по использованию преобразования Лапласа для анализа линейных цепей. На примере анализа конкретной цепи показана методика выполнения расчетно-графической работы. Приведены указания по выполнению лабораторных работ в рамках темы «Частотные и временные характеристики линейных цепей».

Для студентов радиотехнических специальностей, изучающих дисциплину «Радиотехнические цепи и сигналы».

Рецензенты: В.Н. Скосырев, В.И. Лобов

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Под анализом радиоэлектронной цепи понимается определение реакции $y(t)$ цепи при заданном воздействии $\{x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)\}$, структуре цепи и ее начальном состоянии $\{\lambda_1(0), \lambda_2(0), \dots, \lambda_N(0)\}$ (рис. 1.1).

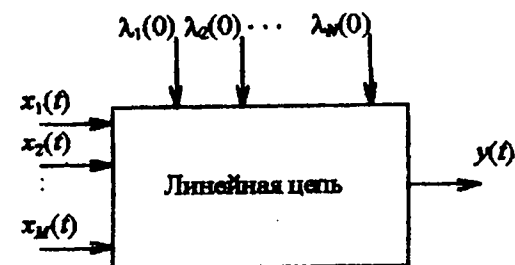


Рис. 1.1

Реакция $y(t)$ — это временная функция тока или напряжения на заданном участке цепи, называемом *выходом*. Воздействиями являются внешние независимые источники тока и (или) напряжения, генерирующие заданные временные функции и подключаемые к определенным точкам цепи, которые называются *входами*. Структура линейной цепи представляет собой совокупность соединенных между собой линейных элементов цепи, в качестве которых в данной расчетно-графической работе (РГР) используются сопротивления R , индуктивности L и емкости C . Начальным состоянием цепи является совокупность значений переменных состояния в нулевой момент времени $\lambda_j(0)$, которыми в данном случае будут токи через индуктивности и напряжения на емкостях цепи.

Решение задачи анализа радиоэлектронной цепи проводится различными методами, которые можно разделить на временные и частотные. Особенностью временных методов является то, что в про-

цессе анализа все воздействия и реакции описываются функциями времени, а линейная цепь задается динамическими уравнениями, которые представляют собой математическую модель взаимодействия токов и напряжений в элементах цепи. Здесь будут рассмотрены методики составления динамических уравнений, связывающих временные функции воздействий и реакции, а также процедуры их решения, т.е. определения реакции в явном виде.

Частотные методы анализа обязательно включают преобразование временных функций в частотную область $x_i(t) \Leftrightarrow X_i(p)$, при этом линейная цепь также описывается своим эквивалентом в области частоты, а найденная реакция требует обратного преобразования в функцию времени $y(t) \Leftrightarrow Y(p)$. В качестве частотного преобразования в данной РГР используется одностороннее преобразование Лапласа (ОПЛ), а линейная цепь характеризуется системными функциями $H_i(p)$, связывающими ОПЛ реакции $Y(p)$ с ОПЛ воздействий $X_i(p)$ и начальных состояний линейной цепи $\lambda_j(0)/p$.

2. СОСТАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ УЗЛОВЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Пусть задана цепь второго порядка, изображенная на рис. 2.1.

Воздействиями являются источник напряжения $e(t)$ и источник тока $i(t)$, а искомой реакцией — ток через индуктивность $i_L(t)$. Задано также начальное состояние: напряжение на емкости V_{C0} и ток через индуктивность $i_L(0) = I_{L0}$ в нулевой момент времени. Требуется составить дифференциальное уравнение (ДУ) «вход—выход» методом узловых напряжений.

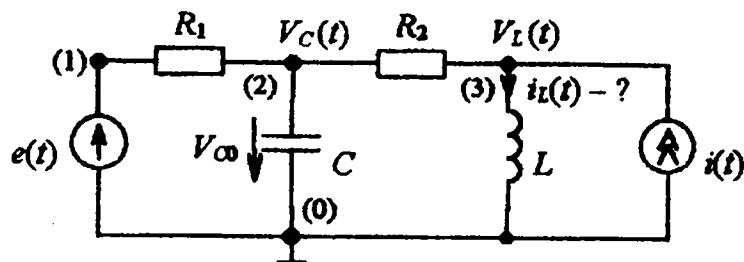


Рис. 2.1

1. Определяем опорный узел. В принципе можно выбрать любой из четырех узлов схемы в качестве опорного, но для упрощения задачи анализа лучше взять узел, в котором сходится наибольшее число ветвей и (или) источников напряжения. В данном примере это узел 0.

2. Выбираем узловые напряжения. Из трех оставшихся узлов только два могут быть выбраны для обозначения узловых напряжений. Это узлы 2 и 3, напряжения на которых относительно опорного узла обозначены $V_C(t)$ и $V_L(t)$ соответственно. Напряжение узла 1 не обозначается в качестве узлового напряжения, поскольку оно известно и равно $e(t)$.

3. Записываем узловые уравнения, представляющие собой сумму токов, вытекающих из узлов, выбранных в п. 2, причем токи необходимо выразить через введенные узловые напряжения и внешние источники. Для узла 2 уравнение имеет вид

$$\frac{V_C(t) - e(t)}{R_1} + C \frac{dV_C(t)}{dt} + \frac{V_C(t) - V_L(t)}{R_2} = 0. \quad (2.1)$$

Для узла 3 узловое уравнение запишется в виде

$$\frac{V_L(t) - V_C(t)}{R_2} + \frac{1}{L} \int_0^t V_L(\tau) d\tau + i_L(0) - i(t) = 0. \quad (2.2)$$

4. Для получения ДУ «вход — выход» можно воспользоваться таким приемом: провести преобразование Лапласа над узловыми уравнениями, проделать алгебраические преобразования, а затем сделать обратное преобразование Лапласа, вернувшись во временную область к исходному ДУ «вход — выход». Но сначала нужно выразить искомую реакцию (выход) через узловые напряжения. В нашем примере

$$i_L(t) = \frac{V_C(t) - V_L(t)}{R_2} + i(t). \quad (2.3)$$

Поскольку преобразование Лапласа используется в данном случае с целью получения ДУ, начальные условия можно принять равными нулю.

В результате преобразования Лапласа получим систему алгебраических уравнений, решая которую с помощью правила Крамера, находим $V_C(p)$ и $V_L(p)$. Подставив их в соотношение для преобра-

зования Лапласа искомой реакции, после алгебраических преобразований найдем

$$I_L(p) = \frac{E(p) \frac{1}{LCR_1} + I(p) \left(\frac{R_1 + R_2}{LCR_1} + p \frac{R_2}{L} \right)}{p^2 + p \left(\frac{1}{CR_1} + \frac{R_2}{L} \right) + \frac{R_1 + R_2}{LCR_1}}. \quad (2.4)$$

Умножив $I_L(p)$ на знаменатель этой функции и проведя обратное преобразование Лапласа, получим искомое ДУ «вход-выход»:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + \left(\frac{1}{CR_1} + \frac{R_2}{L} \right) \frac{d i_L(t)}{dt} + \frac{R_1 + R_2}{LCR_1} i_L(t) = \\ = \frac{1}{LCR_1} e(t) + \frac{R_2}{L} \frac{d i(t)}{dt} + \frac{R_1 + R_2}{LCR_1} i(t). \end{aligned} \quad (2.5)$$

3. СОСТАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ ПЕРЕМЕННЫХ СОСТОЯНИЯ

Составим ДУ «вход — выход» для цепи, приведенной на рис. 2.1, методом переменных состояния.

1. Вместо емкости вводим источник напряжения $V_C(t)$, а индуктивность заменяем источником тока $i_L(t)$. Эквивалентность такой замены базируется на известной теореме замещения. В результате получим эквивалентную схему, изображенную на рис. 3.1.

2. Любым известным методом находим ток $i_C(t)$ через введенный источник напряжения $V_C(t)$ и напряжение $V_L(t)$ на введен-

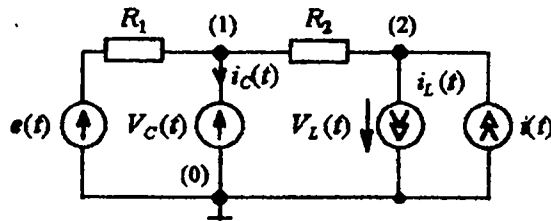


Рис. 3.1

ном в п. 1 источнике тока $i_L(t)$. Направления указанных токов и напряжений необходимо обозначить на схеме (см. рис. 3.1).

Например, $V_L(t)$ можно найти, записав закон Кирхгофа для токов, вытекающих из узла 2. При этом учтем, что напряжение узла 1 относительно опорного узла 0 равно напряжению источника $V_C(t)$:

$$\frac{V_L(t) - V_C(t)}{R_2} + i_L(t) - i(t) = 0. \quad (3.1)$$

Теперь искомый ток $i_C(t)$ можно определить как сумму токов, втекающих в узел 1 через R_1 и R_2 :

$$i_C(t) = \frac{e(t) - V_C(t)}{R_1} + \frac{V_L(t) - V_C(t)}{R_2} = \frac{e(t) - V_C(t)}{R_1} + i(t) - i_L(t). \quad (3.2)$$

В результате получим систему уравнений, которую принято записывать в упорядоченном виде:

$$\begin{cases} V_L(t) = -R_2 i_L(t) + V_C(t) + R_2 i(t), \\ i_C(t) = -i_L(t) - \frac{1}{R_1} V_C(t) + \frac{1}{R_1} e(t) + i(t). \end{cases} \quad (3.3)$$

3. Учитывая связь между током и напряжением в емкости и индуктивности, заменяем в левой части системы уравнений

$V_L = L \frac{d i_L(t)}{dt}$ и $i_C(t) = C \frac{d V_C(t)}{dt}$. Разделив первое уравнение системы на L , а второй на C , окончательно получим систему дифференциальных уравнений относительно переменных состояния и внешних воздействий в форме Коши:

$$\begin{cases} \frac{d i_L(t)}{dt} = -\frac{R_2}{L} i_L(t) + \frac{1}{L} V_C(t) + \frac{R_2}{L} i(t), \\ \frac{d V_C(t)}{dt} = -\frac{1}{C} i_L(t) - \frac{1}{R_1 C} V_C(t) + \frac{1}{R_1 C} e(t) + \frac{1}{C} i(t). \end{cases} \quad (3.4)$$

4. Дальнейшее решение системы ДУ возможно в матричной форме. В нашем случае, когда требуется составить ДУ «вход — выход» относительно $i_L(t)$, можно воспользоваться методом преобразования Лапласа, рассмотренным в рамках метода узловых напряжений. В результате получим систему алгебраических уравнений, ко-

тору решаем по правилу Крамера. После алгебраических преобразований находим выражение $I_L(p)$, которое в точности совпадает с аналогичным выражением (2.4), полученным методом узловых напряжений. Дальнейший переход к ДУ «вход — выход» проводится с помощью обратного преобразования Лапласа и дает идентичное ДУ второго порядка (2.5).

4. РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ «ВХОД—ВЫХОД»

ДУ «вход — выход» в неявном виде определяет связь между искомой реакцией и внешними воздействиями. Нахождение решения ДУ заключается в получении явного выражения реакции как функции времени. Для определения реакции необходимо задать внешние воздействия в виде функций времени, имеющих начало. Не для всякой функции времени можно найти решение в явном виде, но если воздействие является, например, односторонней экспонентой с началом в нулевой момент времени или суммой таких экспонент, то решение найти можно. В качестве показателей этих экспонент можно использовать любые действительные и комплексные числа. Кроме того, для нахождения решения нужно знать начальное состояние цепи, например, независимые начальные условия, т.е. значения переменных состояния цепи в нулевой момент времени.

Для конкретности вернемся к цепи, изображенной на рис. 2.1, и приступим к решению ДУ «вход — выход».

4.1. Свободное решение ДУ «вход — выход»

Определение свободного решения $i_{Lc}(t)$ проводится для однородного ДУ, которое получается из ДУ «вход — выход» путем обнуления внешних воздействий: $e(t) = 0$ и $i(t) = 0$. В результате получим

$$\frac{d^2 i_{Lc}(t)}{dt^2} + 2a_0 \frac{di_{Lc}(t)}{dt} + \omega_0^2 i_{Lc}(t) = 0, \quad (4.1)$$

где $2a_0 = \frac{1}{CR_1} + \frac{R_2}{L}$; $\omega_0^2 = \frac{R_1 + R_2}{LCR_1}$.

Решение однородного ДУ начинается с составления характеристического уравнения, получаемого из дифференциального заменой $\frac{d}{dt} \rightarrow p$:

$$p^2 + 2a_0 p + \omega_0^2 = 0. \quad (4.2)$$

Решениями составленного характеристического уравнения являются собственные частоты линейной цепи:

$$p_{1,2} = -a_0 \pm \sqrt{a_0^2 - \omega_0^2}. \quad (4.3)$$

В зависимости от соотношения между a_0 и ω_0 получается пара собственных частот (СЧ), характерная для той или иной радиоэлектронной цепи:

а) $a_0 \geq \omega_0$. Собственные частоты являются действительными и отрицательными числами p_1 и p_2 . Они изображаются крестиками на действительной оси комплексной p -плоскости (рис. 4.1, а). В случае равенства $a_0 = \omega_0$ собственные частоты вырождаются в одну кратную СЧ $p = -a_0$ (рис. 4.1, б).

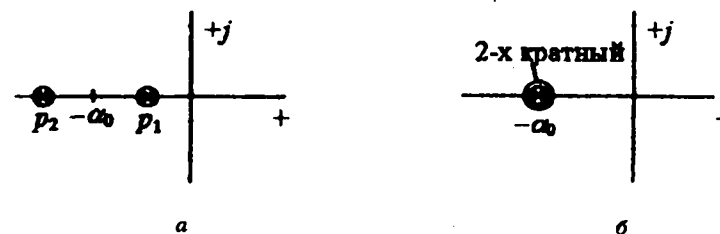


Рис. 4.1

Цепи с такими СЧ принято называть *апериодическими*, поскольку свободное решение в этом случае представляет собой сумму двух затухающих экспонент (рис. 4.2)

$$i_{Lc}(t) = A e^{p_1 t} + B e^{p_2 t}, \quad (4.4)$$

где A и B — амплитуды экспонент, определяемые в процессе дальнейшего решения ДУ «вход — выход». В случае кратных СЧ свободное решение имеет вид (рис. 4.3)

$$i_{Lc}(t) = A e^{-a_0 t} + B t e^{-a_0 t} \quad (4.5)$$

и также является апериодическим.

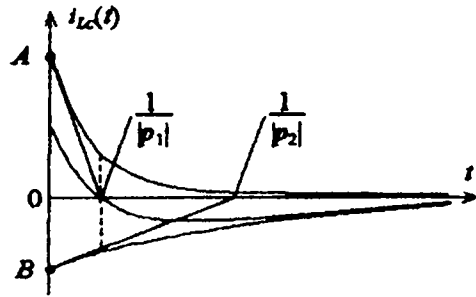


Рис. 4.2

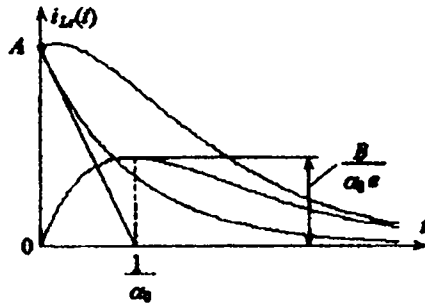


Рис. 4.3

б) $a_0 < \omega_0$. Тогда СЧ образуют комплексно-сопряженную пару

$$\begin{aligned}
 p_{1,2} &= -a_0 \pm j \sqrt{\omega_0^2 - a_0^2} = \\
 &= \omega_0 \exp \left\{ \pm j \left(\frac{\pi}{2} + \arcsin \frac{a_0}{\omega_0} \right) \right\} = \\
 &= \omega_0 e^{\pm j \varphi_0}. \quad (4.6)
 \end{aligned}$$

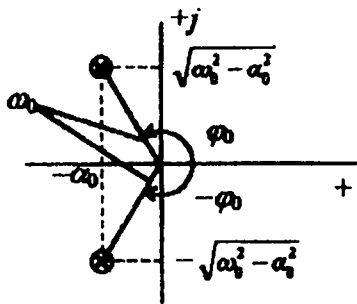


Рис. 4.4

Диаграмма СЧ представлена на рис. 4.4.

Соотношение между a_0 и ω_0 количественно характеризуется добротностью пары полюсов $q_0 = \frac{\omega_0}{2a_0}$, а цепи с такими СЧ принято называть

колебательными. Собственная реакция в данном случае является суммой двух комплексно-сопряженных затухающих экспонент:

$$i_{Lc}(t) = A e^{p_1 t} + A^* e^{p_1^* t}, \quad (4.7)$$

где A и A^* — комплексно-сопряженные амплитуды экспонент, причем

$$A = |A| e^{j \arg A}, \quad (4.8)$$

$$A^* = |A| e^{-j \arg A}.$$

Здесь $|A|$ — модуль комплексной амплитуды A , а $\arg A$ — фаза комплексной амплитуды A .

Используя формулу Эйлера для суммы комплексно-сопряженных экспонент, получим

$$i_{Lc}(t) = 2 |A| e^{-a_0 t} \cos \left(\sqrt{\omega_0^2 - a_0^2} t + \arg A \right), \quad (4.9)$$

откуда видно, что свободная реакция носит колебательный и затухающий характер (рис. 4.5).

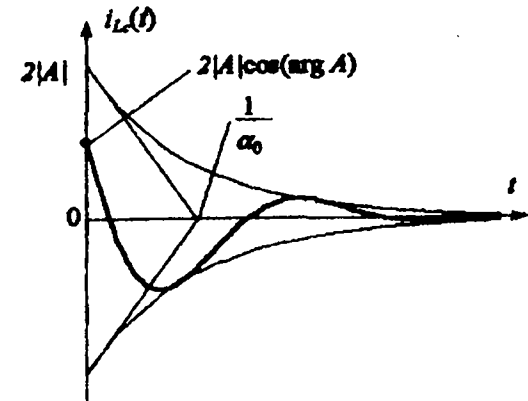


Рис. 4.5

Особый интерес при анализе радиоэлектронных цепей представляет высокодобротный резонансный контур, для которого характерна диаграмма СЧ в виде комплексно-сопряженной пары с добротностью $q_0 > 5$. В этом случае $\omega_0 \geq 10 a_0$. При таком соотношении между ω_0 и a_0 можно упростить выражение для координат полю-

сов (4.6), пренебрегая под корнем a_0^2 по сравнению с ω_0^2 . В результате получим

$$p_{1,2} \approx -a_0 \pm j\omega_0 \approx \omega_0 \exp\left\{\pm j\left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2q_0}\right)\right\}. \quad (4.10)$$

Диаграмма СЧ изображена на рис. 4.6, а соответствующая ей свободная реакция

$$i_{Lc}(t) = 2|A|e^{-a_0 t} \cos(\omega_0 t + \arg A) \quad (4.11)$$

для $q_0 = 5$ представлена на рис. 4.7.

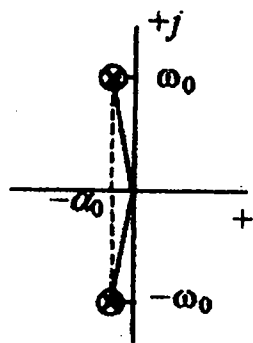


Рис. 4.6

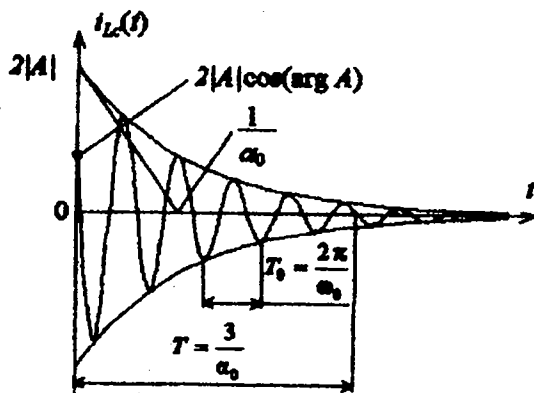


Рис. 4.7

Из рисунка видно, что свободная реакция также носит затухающий колебательный характер, но интересно отметить, что период этих колебаний $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ определяется модулем полюса ω_0 , а длительность затухающего процесса можно условно оценить в $3/a_0 = T$, и значит, количество периодов за время T равно

$$N = \frac{T}{T_0} = \frac{3}{a_0} \frac{\omega_0}{2\pi} \approx \frac{\omega_0}{2a_0} = q_0. \quad (4.12)$$

Т.е. для добротности $q_0 = 5$ мы увидим пять периодов колебаний в свободной реакции цепи.

4.2. Определение параметров реактивных элементов цепи

После того как определены собственные частоты цепи p_1 и p_2 и выявлена связь их положения на p -плоскости с параметрами элементов линейной цепи R_1, R_2, L, C в общем виде (см. п. 4.1), может возникнуть задача нахождения конкретных значений параметров элементов цепи, обеспечивающих заданное расположение СЧ на p -плоскости. По сути здесь рассматривается задача параметрического синтеза цепи. Поскольку в примере параметров цепи четыре, а полюсов только два, решение этой задачи неоднозначно, но если задаться численными значениями сопротивлений R_1 и R_2 , то по известным значениям p_1 и p_2 можно однозначно найти параметры реактивных элементов L и C .

Рассмотрим методику нахождения параметров реактивностей на примере цепи, изображенной на рис. 2.1, при условии, что цепь должна обладать свойствами высокодобротного резонансного контура, имеющего заданную резонансную частоту f_0 и добротность $q_0 \geq 5$. Сначала определим методику оценки сопротивлений цепи R_1 и R_2 . Во-первых, нужно выяснить из физических соображений, каким образом R_1 и R_2 качественно влияют на добротность цепи. Для этого в схеме рис. 2.1 обнуляем внешние источники и получим цепь, изображенную на рис. 4.8.

Далее начинаем поочередно изменять сопротивления, устремляя их к предельным значениям (к 0 и к ∞) и анализируя получающуюся

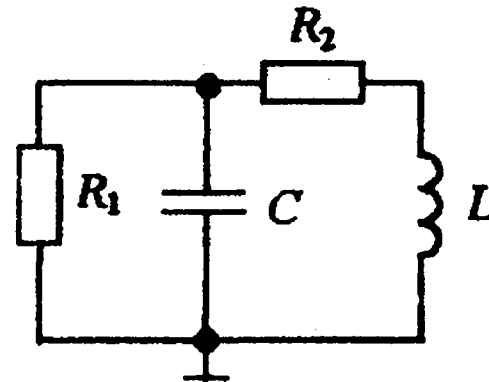


Рис. 4.8

Далее начинаем поочередно изменять сопротивления, устремляя их к предельным значениям (к 0 и к ∞) и анализируя получающуюся в результате конфигурацию цепи. Так, если $R_1 \rightarrow 0$, то емкость C зашунтируется коротким замыканием, а контур исчезнет, поскольку останется только индуктивность L . Если же $R_1 \rightarrow \infty$, то схема перейдет в последовательный резонансный контур LCR_2 , где R_2 характеризует потери в этом контуре. Для минимизации этих потерь, т.е. максимизации добротности, необходимо иметь $R_2 \rightarrow 0$, тогда цепь превратится в идеальный контур с бесконечной добротностью. Итак, для повышения добротности в данной линейной цепи нужно уменьшать R_2 и увеличивать R_1 . Теперь понятно, что если есть некоторые пределы возможного выбора R_1 и R_2 , то предпочтительнее взять R_1 как можно больше, а R_2 — как можно меньше.

Теперь составляем два уравнения для заданных f_0 и q_0 через L и C при выбранных R_1 и R_2 . Резонансная частота f_0 связана с модулем полюса ω_0 соотношением $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$. Вспоминая, что $\omega_0^2 = \frac{R_1 + R_2}{LCR_1}$ (см. (4.1)), получаем первое уравнение:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{LCR_1}}. \quad (4.13)$$

Второе уравнение вытекает из определения добротности полюсов

$$q_0 = \frac{\omega_0}{2a_0} = \frac{\sqrt{R_1 + R_2}}{LCR_1} \cdot \frac{R_1 R_2 C + L}{LCR_1} = \frac{\sqrt{LCR_1(R_1 + R_2)}}{R_1 R_2 C + L}. \quad (4.14)$$

Здесь использовано то, что величина $2a_0 = \frac{1}{CR_1} + \frac{R_2}{L}$ (см. (4.1)).

Выражая из первого уравнения

$$L = \frac{R_1 + R_2}{\omega_0^2 C R_1} \quad (4.15)$$

и подставляя его во второе уравнение для q_0 , после алгебраических преобразований получим квадратное уравнение относительно C :

$$C^2 - C \frac{1}{q_0 R_0 \omega_0} + \frac{1}{\omega_0^2 R_0 R_1} = 0, \quad (4.16)$$

где через R_0 обозначено сопротивление

$$R_1 || R_2 = R_1 R_2 / (R_1 + R_2).$$

Решая это уравнение относительно C , получим два возможных значения емкости

$$C_{1,2} = \frac{1}{2q_0 R_0 \omega_0} \left(1 \pm \sqrt{1 - 4q_0^2 \frac{R_0}{R_1}} \right). \quad (4.17)$$

Отсюда, в частности, видно, что действительные значения C могут удовлетворять заданным f_0 и q_0 только при условии положительного числа под корнем, т.е. при $R_1 \geq 4q_0^2 R_0$. В этом случае из двух возможных значений C выбирают наиболее приемлемое с точки зрения номинала конденсатора, используемого в схеме. Подставляя выбранное значение C в выражение для L , получим необходимую величину индуктивности катушки, используемой в контуре.

Теперь найденные параметры реактивностей L и C , а также выбранные значения R_1 и R_2 можно подставлять в ДУ «вход — выход» (2.5) и продолжить его решение, имея уже в нем численные коэффициенты.

4.3. Вынужденное решение ДУ «вход — выход»

Наиболее распространенной формой воздействия в радиоэлектронных цепях является экспоненциальное воздействие. Примеры некоторых сигналов, описываемых с помощью экспоненциальных функций, приведены на рис. 4.9. Особенностью всех этих сигналов является то, что они имеют начало при $t=0$. Математически это описывается с помощью единичной ступенчатой функции (функции Хэвисайда)

$$u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0, \\ 0, & t < 0, \\ 0,5, & t = 0. \end{cases} \quad (4.18)$$

То, что в число примеров вошли функции, описывающие затухающие колебания, и гармонические функции объясняется тем, что согласно формуле Эйлера $\cos x = 1/2(e^{jx} + e^{-jx})$. В данном посо-

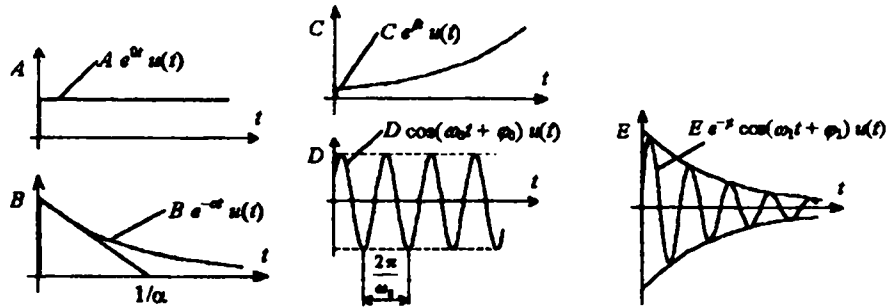


Рис. 4.9

бии мы ограничимся рассмотрением экспоненциальных воздействий.

Возвращаясь к нашему примеру (см. рис. 2.1), зададимся следующими воздействиями: $e(t) = E_0 u(t)$, $i(t) = I_0 e^{-\beta t} u(t)$. Основной принцип при нахождении вынужденной реакции состоит в том, что она ищется в той же форме, что и воздействие. Тогда, воспользовавшись методом наложения, найдем сначала парциальную вынужденную реакцию на $e(t)$ при $i(t) \equiv 0$:

$$i'_{L_0}(t) = I'_L u(t). \quad (4.19)$$

Тогда $\frac{d i'_{L_0}(t)}{dt} = 0$ и $\frac{d^2 i'_{L_0}(t)}{dt^2} = 0$ при $t > 0$. Подставляя все эти данные в ДУ «вход — выход» (2.5), получим для $t > 0$

$$\frac{R_1 + R_2}{LCR_1} I'_L = \frac{1}{LCR_1} E_0, \quad (4.20)$$

т.е. $I'_L = \frac{E_0}{R_1 + R_2}$. Заметим, что полученный результат совпадает с реакцией рассматриваемой цепи при воздействии на нее постоянного напряжения E_0 , поскольку в этом случае емкость эквивалентна разрыву цепи, а индуктивность — короткому замыканию (рис. 4.10).

Такое нахождение вынужденной реакции при ступенчатом воздействии непосредственно по схеме можно использовать на практике вместо формального решения ДУ. Определим теперь вторую парциальную реакцию на $i(t)$ при $e(t) \equiv 0$:

$$i''_{L_0}(t) = I''_L e^{-\beta t} u(t), \quad (4.21)$$

при этом

$$\frac{d i''_{L_0}(t)}{dt} = -\beta I''_L e^{-\beta t}, \quad t > 0; \quad (4.22)$$

$$\frac{d^2 i''_{L_0}(t)}{dt^2} = -\beta^2 I''_L e^{-\beta t}, \quad t > 0. \quad (4.23)$$

Учитывая, что $\frac{d i(t)}{dt} = -\beta I_0 e^{-\beta t}$, $t > 0$ и подставляя все эти выражения в ДУ «вход — выход» (2.5), получим для $t > 0$

$$\begin{aligned} \beta^2 I''_L - \left(\frac{1}{CR_1} + \frac{R_2}{L} \right) \beta I''_L + \frac{R_1 + R_2}{LCR_1} I''_L = \\ = -\frac{R_2}{L} \beta I_0 + \frac{R_1 + R_2}{LCR_1} I_0. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Отсюда имеем

$$I''_L = I_0 \frac{-\beta \frac{R_2}{L} + \frac{R_1 + R_2}{LCR_1}}{\beta^2 - \beta \left(\frac{1}{CR_1} + \frac{R_2}{L} \right) + \frac{R_1 + R_2}{LCR_1}} = I_0 H_1(-\beta). \quad (4.25)$$

Физическая трактовка этой довольно сложной формулы следующая. Амплитуду вынужденной реакции можно найти по схеме цепи, если индуктивность заменить операторным сопротивлением pL при $p = -\beta$, а емкость — операторным сопротивлением $1/pC$ также при $p = -\beta$ (рис. 4.11), считая источник тока $i(t)$ постоянным и равным амплитуде экспоненты I_0 . Воспользовавшись уравнением

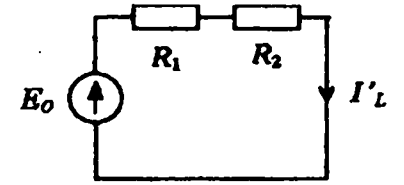


Рис. 4.10

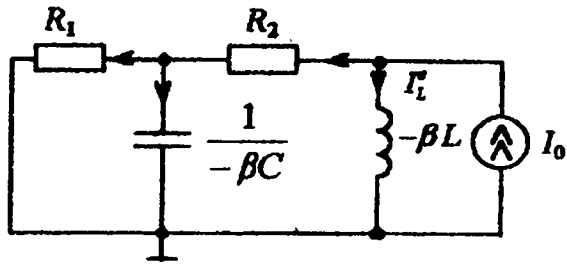


Рис. 4.11

делителя тока и проведя эквивалентные преобразования сопротивлений, получим выражение

$$I''_L = I_0 \frac{R_2 + \left(R_1 \parallel \frac{1}{-\beta C} \right)}{-\beta L + R_2 + \left(R_1 \parallel \frac{1}{-\beta C} \right)} = I_0 H_1(-\beta), \quad (4.26)$$

которое после алгебраических преобразований дает точно такой же результат, что и формальный путь через подстановку в ДУ «вход—выход». Здесь через $H_1(-\beta)$ обозначено значение системной функции $H_1(-p)$ линейной цепи (см. (5.9) для $p = -\beta$). Объяснение этого факта нужно искать в теории системных функций, рассматриваемой в рамках частотного анализа линейных цепей.

Окончательно имеем искомую вынужденную реакцию $i_{L_0}(t)$ в виде суммы найденных ранее парциальных реакций

$$i_{L_0}(t) = i'_{L_0}(t) + i''_{L_0}(t) = \frac{E_0}{R_1 + R_2} + I_0 H_1(-\beta) e^{-\beta t}, \quad t > 0. \quad (4.27)$$

4.4. Пересчет независимых начальных условий в зависимые

Независимыми начальными условиями называют начальные значения переменных состояния, т.е. напряжения на емкостях и токи через индуктивности цепи в нулевой момент времени. Они не могут изменяться скачком при скачкообразных воздействиях на цепь, потому и являются независимыми. Необходимость пересчета этих начальных условий объясняется тем, что для решения ДУ «вход—выход» необходимо знать начальные значения искомой выходной переменной и ее производных, которые в общем случае зависят от

внешних воздействий и могут изменяться скачком. При этом начальные условия необходимо найти в момент времени сразу после скачка $t = 0_+$.

Для рассматриваемого нами примера цепи второго порядка заданы $V_C(0) = V_{C0}$ и $i_L(0) = I_{L0}$ (рис. 4.12). Второе условие совпадает с одним из искомым зависимых начальных условий $i_L(0)$. Определим теперь первую производную $\frac{di_L(0)}{dt}$ в начальный момент времени. Для этого, во-первых, вспомним, что согласно уравнению индуктивности $L \frac{di_L(t)}{dt} = V_L(t)$, откуда следует, что

$\frac{di_L(0)}{dt} = \frac{1}{L} V_L(0)$. Значит, необходимо найти начальное значение напряжения на индуктивности (см. рис. 4.12).

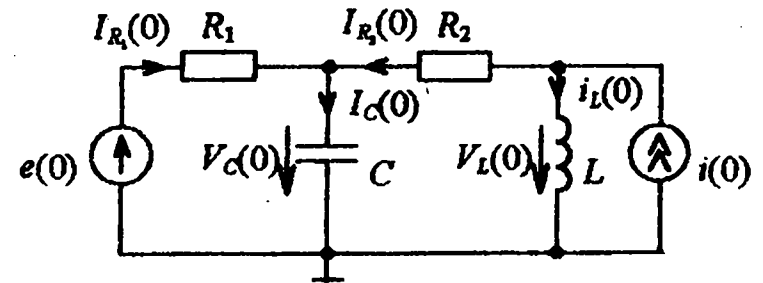


Рис. 4.12

Из схемы следует, что $V_L(0) = V_C(0) + i_{R_2}(0) R_2$. Недостающее значение $i_{R_2}(0)$ находится из закона Кирхгофа для токов соответствующего узла: $i_{R_2}(0) = i(0) - i_L(0)$. Окончательно имеем

$$\frac{di_L(0)}{dt} = \frac{1}{L} V_{C0} + \frac{R}{L} I_0 - \frac{R_2}{L} I_{L0} = D. \quad (4.28)$$

Отвлекаясь от решения нашей задачи, определим зависимые начальные условия для переменной, не являющейся переменной состояния цепи, например, для i_{R_1} . Поскольку порядок ДУ на зави-

сит от искомой реакции, то в данном случае также требуется найти

два начальных условия: $i_{R_1}(0)$ и $\frac{di_{R_1}(0)}{dt}$.

Из рассмотрения схемы рис. 4.12 видно, что

$$i_{R_1}(0) = \frac{e(0) - V_C(0)}{R_1} = \frac{E_0 - V_{C0}}{R_1}.$$

Далее очевидно, что $\frac{di_{R_1}(t)}{dt} = \frac{1}{R_1} \left(\frac{de(t)}{dt} - \frac{dV_C(t)}{dt} \right)$. Поскольку

$e(t) = E_0 u(t)$, то $\frac{de(t)}{dt} = 0$ при $t > 0$, а значит, и при $t = 0_+$. Ис-

пользуя уравнение для емкости $i_C(t) = C \frac{dV_C(t)}{dt}$, получим

$\frac{dV_C(0)}{dt} = \frac{1}{C} i_C(0)$. Далее из закона Кирхгофа для токов имеем

$i_C(0) = i_{R_2}(0) + i_{R_1}(0)$. Отсюда окончательно получим

$$\frac{di_{R_1}(0)}{dt} = -\frac{I_0}{R_1 C} + \frac{I_{L0}}{R_1 C} - \frac{E_0}{R_1^2 C} + \frac{V_{C0}}{R_1^2 C}. \quad (4.29)$$

4.5. Общая реакция линейной цепи

Искомая реакция линейной цепи, называемая общей, находится суммированием ранее определенных свободной реакции $i_{Lc}(t)$ (см. (4.11)) и вынужденной реакции $i_{L\sigma}(t)$ (см. (4.27)):

$$i_L(t) = i_{Lc}(t) + i_{L\sigma}(t) = 2 |A| e^{-\alpha_0 t} \cos(\omega_0 t + \arg A) + \frac{E_0}{R_1 + R_2} + I_0 H_1(-\beta) e^{-\beta t}, \quad t > 0. \quad (4.30)$$

Недостающие для окончательного решения задачи неизвестные $|A|$ и $\arg A$ находятся путем решения системы из двух уравнений, представляющих собой значения искомой реакции $i_L(t)$ и ее пер-

вой производной $\frac{di_L(t)}{dt}$ при $t = 0_+$, т.е. зависимые начальные условия, найденные ранее:

$$i_L(0) = I_{L0} = 2 |A| \cos(\arg A) + B, \quad (4.31)$$

где

$$B = \frac{E_0}{R_1 + R_2} + I_0 H_1(-\beta), \quad (4.32)$$

$$\frac{di_L(0)}{dt} = D = -2 |A| \alpha_0 \cos(\arg A) - 2 |A| \omega_0 \sin(\arg A) + F, \quad (4.33)$$

где

$$F = -\beta I_0 H_1(-\beta). \quad (4.34)$$

Решение этой системы уравнений можно провести следующим образом.

Сначала из (4.31) выразим

$$|A| = \frac{I_{L0} - B}{2 \cos(\arg A)}. \quad (4.35)$$

Далее полученное выражение для $|A|$ подставим в (4.33), в результате чего получим

$$\operatorname{tg}(\arg A) = \frac{D - F + \alpha_0 (I_{L0} - B)}{\omega_0 (B - I_{L0})}. \quad (4.36)$$

Определив $\arg A$ по (4.36), затем найдем $|A|$ из (4.35). Таким образом, полностью определена искомая реакция линейной цепи.

5. СИСТЕМНЫЕ ФУНКЦИИ ЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ

Частотный метод анализа линейных цепей заключается в том, что сначала в частотную область переводятся все функции времени, которые описывают токи и напряжения, действующие в цепи, в том числе воздействия $x_m(t)$, $m = 1, \dots, M$ и искомую реакцию $y(t)$ (см. рис. 1.1). Если указанные функции времени представляют со-

бой односторонние функции, имеющие начало, для которых существует преобразование Лапласа, то мы приходим к одному из частотных методов, который называется *операторным методом анализа цепей*.

Следующей процедурой метода является составление эквивалентной схемы в частотной области. Не вдаваясь в подробности доказательств, отметим, что реактивные элементы (емкости и индуктивности) при этом заменяются операторными сопротивлениями и источниками, моделирующими начальное состояние реактивностей цепи (рис. 5.1).

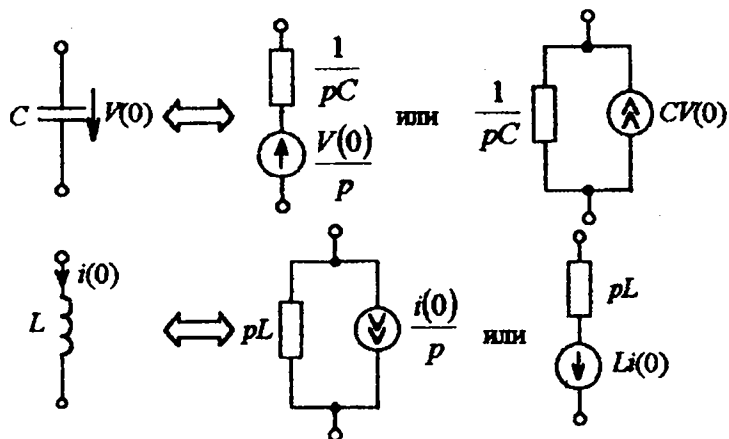


Рис. 5.1

Затем определяется преобразование Лапласа искомой реакции цепи, которая записывается в виде суммы (суперпозиции) парциальных реакций на внешние воздействия и источники, моделирующие начальное состояние цепи:

$$y(p) = \sum_{m=1}^M H_m(p) X_m(p) + \sum_{n=1}^N H_{\lambda_n}(p) \frac{\lambda_n(0)}{p}, \quad (5.1)$$

где $H_m(p)$ — системные функции, связывающие преобразования Лапласа реакции и m -го внешнего источника; $H_{\lambda_n}(p)$ — системные функции, связывающие преобразования Лапласа реакции и n -го ис-

точника, моделирующего начальное состояние n -й реактивности цепи.

На заключительном этапе метода ищется реакция $y(t)$ в виде функции времени с помощью обратного преобразования Лапласа от $Y(p)$.

Вернемся к нашему примеру (рис. 2.1) и составим эквивалентную схему цепи в частотной области. Результат представлен на рис. 5.2.

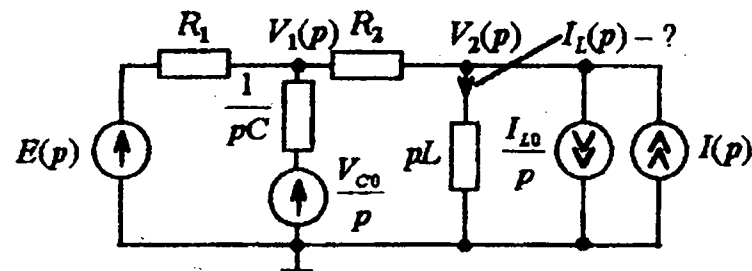


Рис. 5.2

Найти искомую реакцию $I_L(p)$ в этой схеме можно любым известным методом. Рассмотрим, например, метод узловых напряжений. За опорный узел принимаем тот, в котором сходится наибольшее количество ветвей схемы. Он обозначен « \perp ». Оставшиеся два узла схемы обозначаем $V_1(p)$ и $V_2(p)$. Теперь записываем узловые уравнения в виде закона Кирхгофа для токов, вытекающих из узла, причем эти токи выражаем через узловые напряжения $V_1(p)$ и $V_2(p)$ и источники тока и напряжения, включенные в схему. Для первого узла имеем

$$\frac{V_1(p) - E(p)}{R_1} + \frac{V_1(p) - V_{C0}(p)/p}{1/pC} + \frac{V_1(p) - V_2(p)}{R_2} = 0. \quad (5.2)$$

Второе узловое уравнение имеет вид

$$\frac{V_2(p) - V_1(p)}{R_2} + \frac{V_2(p)}{pL} + \frac{I_{L0}}{p} - I(p) = 0. \quad (5.3)$$

Решив систему уравнений относительно $V_2(p)$, например, по правилу Крамера, ток $I_L(p)$ находим как

$$I_L(p) = \frac{V_2(p)}{pL} \quad (5.4)$$

Нетрудно видеть, что выражение для тока $I_L(p)$ после алгебраических преобразований примет вид

$$I_L(p) = H_1(p) I(p) + H_2(p) E(p) + H_{C1}(p) \frac{V_{C0}}{p} + H_{L2}(p) \frac{I_{L0}}{p} \quad (5.5)$$

Системные функции $H_1(p)$, $H_2(p)$, $H_{C1}(p)$ и $H_{L2}(p)$ можно найти

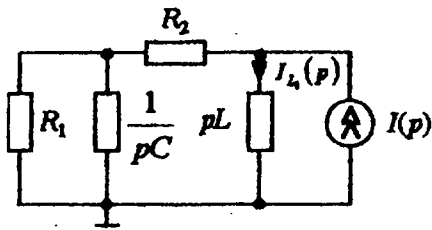


Рис. 5.3

либо непосредственно из (5.4), либо прямо по схеме рис. 5.2. Для этого надо оставить только тот источник, для которого ищется системная функция, а остальные обнулить. Для $H_1(p)$, например, схема имеет вид рис. 5.3.

Используя соотношения для делителя тока, получим

$$H_1(p) = \frac{I_{L1}(p)}{I(p)} = \frac{R_2 + \left(R_1 \parallel \frac{1}{pC} \right)}{pL + R_2 + \left(R_1 \parallel \frac{1}{pC} \right)} \quad (5.6)$$

Аналогично можно получить выражения для остальных системных функций.

Чтобы определить выражение для $I_L(p)$, необходимо провести прямое преобразование Лапласа для функций времени, описывающих воздействующие на цепь источники тока $I(p) \leftrightarrow i(t)$ и источник напряжения $E(p) \leftrightarrow e(t)$. В результате получим выражение для $I_L(p)$, учитывающее форму входных сигналов и начальные условия цепи. Если требуется найти временную функцию $i_L(t)$, описывающую искомую реакцию, необходимо провести обратное преобразование Лапласа от $I_L(p)$ любым известным методом, например, разложением сложного выражения на сумму простых дробей, каждая из которых является табличным преобразованием Лапласа. Эти вопро-

сы подробно рассмотрены в ранее изданных учебных пособиях (например, [2, с. 37–42]).

6. ЗАДАНИЕ НА ВЫПОЛНЕНИЕ РГР «ВРЕМЕННОЙ И ЧАСТОТНЫЙ АНАЛИЗ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ»

В предлагаемой РГР необходимо провести анализ заданной линейной цепи второго порядка, находящейся под воздействием внешнего независимого источника напряжения или тока. Целью анализа является определение реакции цепи (напряжения или тока через выбранную ветвь цепи) при ступенчатой форме воздействия и заданных начальных условиях (напряжение на емкости и ток через индуктивность). Кроме того, задаются параметры сопротивлений цепи и внешние характеристики линейной цепи, например, величина добротности и резонансной частоты колебательного контура, либо полоса пропускания (верхняя и нижняя граничные частоты) фильтра второго порядка. Варианты конфигурации схем линейных цепей даны на рис. 6.1–6.16.

Перед началом анализа схему следует упростить, оставив в ней только два реактивных элемента — одну емкость и одну индуктивность, а также лишь один из источников. Исключаемые индуктивности и источники напряжения заменяются идеальными проводниками, а исключаемые емкости и источники тока просто удаляются (вместо них в цепи образуются разрывы).

При проведении расчетов задаются численными значениями параметров элементов схемы произвольно в следующих интервалах: $R_1 = 5 \dots 10$ кОм, $R_2 = 10 \dots 15$ кОм, $R_3 = 8 \dots 13$ кОм, $R_4 = 13 \dots 18$ кОм,

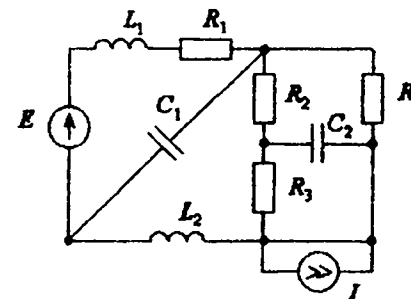


Рис. 6.1

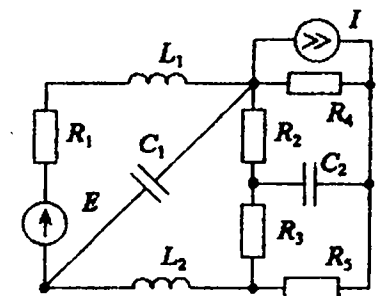
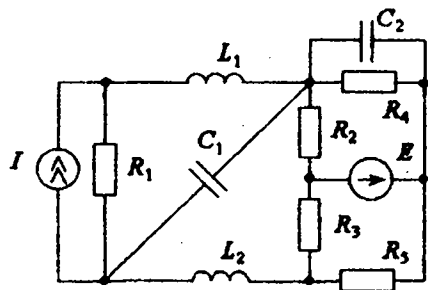
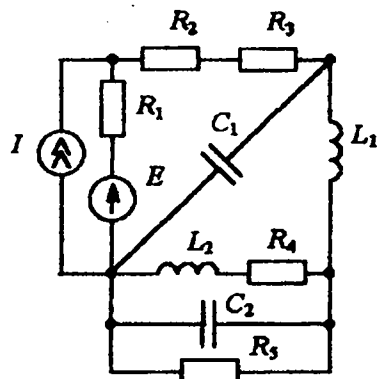


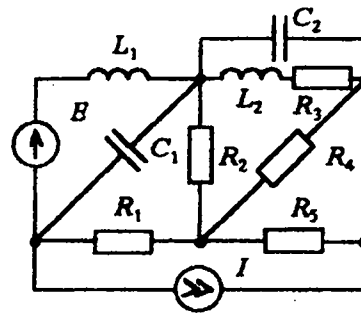
Рис. 6.2



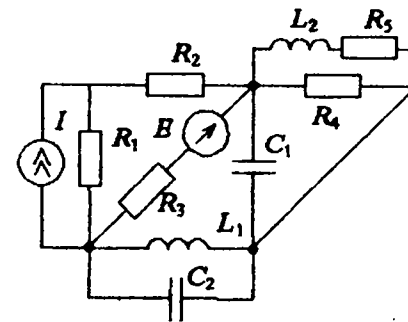
Puc. 6.3



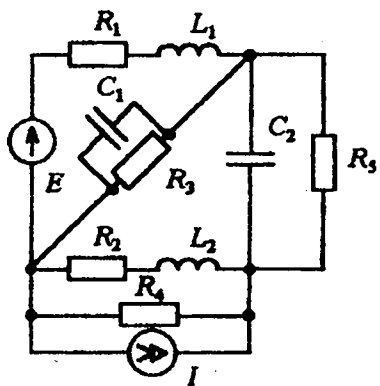
Puc. 6.4



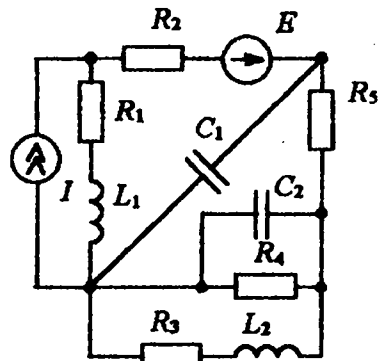
Puc. 6.9



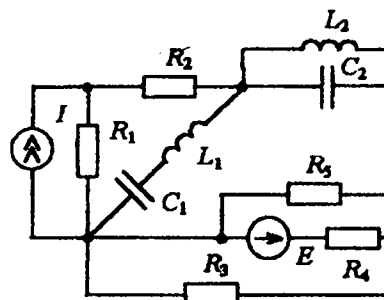
Puc. 6.10



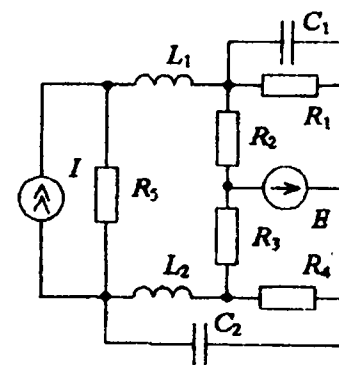
Puc. 6.5



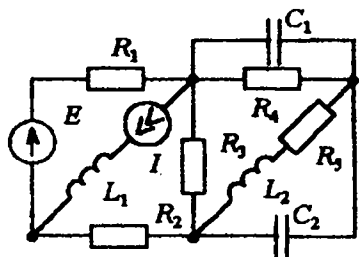
Puc. 6.6



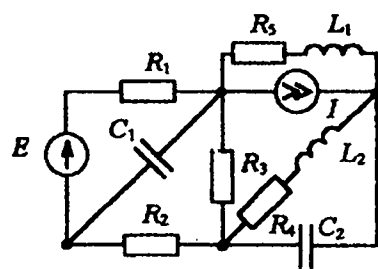
Puc. 6.11



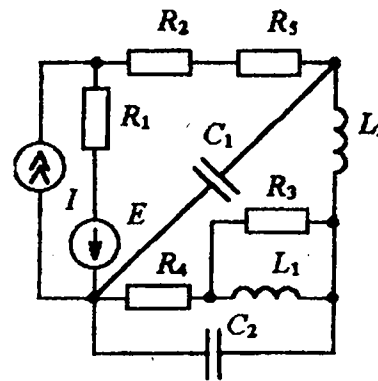
Puc. 6.12



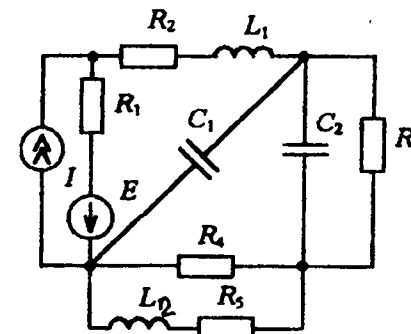
Puc. 6.7



Puc. 6.8



Puc. 6.13



Puc. 6.14

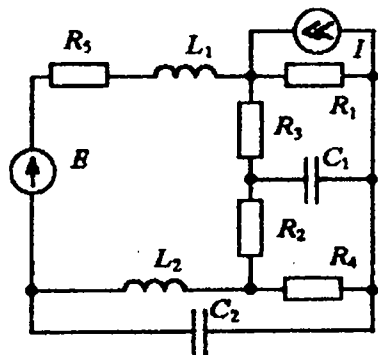


Рис. 6.15

$R_5 = 3 \dots 8$ кОм. Резонансная частота контура $f_p = 1 \dots 10$ МГц, добротность $Q = 5 \dots 15$. Напряжение источника $E = 1 \dots 10$ В, ток источника $I = 0,5 \dots 2$ мА. Начальные условия: $V_{C0} = -1 \dots 1$ В, $I_{L0} = -1 \dots 1$ мА.

6.1. Временной анализ линейной цепи

1. Составить дифференциальное уравнение «вход — выход» методом узловых напряжений или переменных состояния.

2. Найти и изобразить на комплексной плоскости собственные частоты линейной цепи, определить параметры реактивных элементов цепи, обеспечивающие заданные внешние характеристики цепи. В случае, если искомые параметры реактивностей в результате расчета оказываются комплексными числами, разрешается изменить сопротивление цепи так, чтобы получить действительные значения параметров реактивностей.

3. Записать в общем виде свободную реакцию линейной цепи.

4. Определить вынужденную реакцию линейной цепи.

5. Пересчитать независимые начальные условия для переменных состояния линейной цепи в зависимые начальные условия — значение искомой реакции и ее производной в нулевой момент времени.

6. Записать искомую реакцию линейной цепи как функцию времени, изобразить ее график с указанием численных значений и соблюдением пропорций и найти параметры переходного процесса:

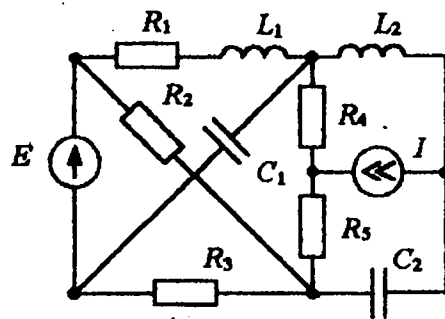


Рис. 6.16

длительность, постоянную времени, период колебаний. Сравнить их с заданными внешними характеристиками цепи.

6.2. Частотный анализ линейной цепи

1. Для цепи, схема и параметры которой определены в первой части РГР, определить системные функции, связывающие преобразования Лапласа реакции и внешнего воздействия, а также реакции и источников, описывающих начальные условия. Изобразить диаграммы полюсов и нулей трех найденных системных функций.

2. С помощью обратного преобразования Лапласа найти реакцию цепи при нулевом состоянии цепи (РНС), реакцию при нулевом входе (РНВ) и общую реакцию цепи. Сравнить полученное выражение с решением первой части РГР.

3. По системной функции, связывающей внешний независимый источник и реакцию, определить частотную характеристику линейной цепи. Построить графики амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик, определить их параметры (резонансная частота, полоса пропускания, граничные частоты и т.д.) и сравнить их с теми, которые найдены в первой части РГР.

7. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА «ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОСТЕЙШИХ RC- И RL-ЦЕПЕЙ»

Цель работы — экспериментальное определение (измерение) амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) и фазочастотной характеристики (ФЧХ) RC- и RL-цепи первого порядка, сравнение экспериментальных зависимостей с теоретическими характеристиками данных цепей.

Порядок выполнения

1. На рис. 7.1 приведены элементы, смонтированные на плате лабораторного макета, указаны номера клемм, к которым следует подключить источник сигнала, измерительные приборы и проводники, осуществляющие заземление. Вставьте плату в разъем универсально-

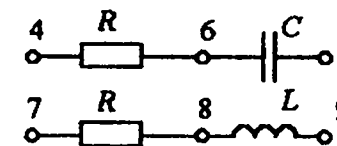


Рис. 7.1

го лабораторного источника питания (лабораторного столика), включите источник питания и соберите схему рис. 7.3. Исследуемая цепь представляет собой одну из схем, приведенных на рис. 7.2 (конкретную схему для вашего исследования вам укажет преподаватель).

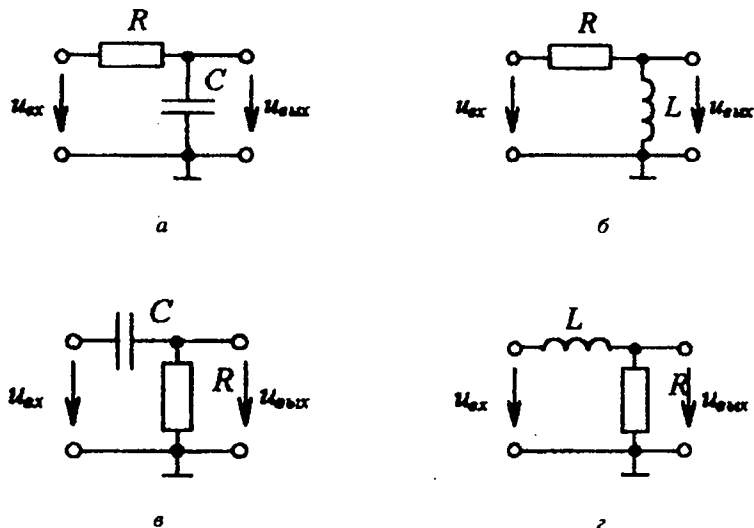


Рис. 7.2

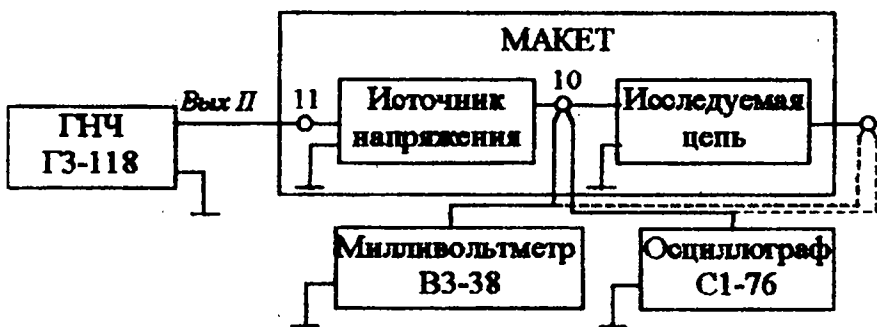


Рис. 7.3

2. Установите частоту входного гармонического сигнала 1 кГц, амплитуду — в пределах 0,5... 2В. (Контроль периода колебаний и амплитуды осуществляется по осциллографу). Подключая осциллограф поочередно на вход и выход исследуемой цепи, наблюдайте входной и выходной гармонические сигналы; отметьте, изменяется ли частота, амплитуда.

3. Подключив вольтметр ко входу исследуемой цепи, измерьте действующее значение входного напряжения, запишите его. Далее подключите вольтметр к выходу, а осциллограф — ко входу цепи. Используйте осциллограф для контроля амплитуды входного сигнала. Если при изменении частоты она станет меняться, восстанавливайте прежнее значение путем регулировки амплитуды на панели генератора сигнала. В течение всех измерений амплитуда входного сигнала должна поддерживаться постоянной. Изменяя частоту сигнала, измеряйте вольтметром действующее значение выходного напряжения. Шаг и диапазон изменения частоты установите самостоятельно, исходя из того, чтобы проследить общий характер АЧХ. Общее количество экспериментальных точек 10—12. Коэффициент передачи по напряжению вычислите для каждой частоты по формуле

$$K = \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}}, \quad (7.1)$$

где $U_{\text{вх}}$ и $U_{\text{вых}}$ — действующие значения входного и выходного напряжений. Результаты измерений занесите в таблицу:

Таблица 7.1

f , кГц		...	
$U_{\text{вых}}$, В		...	
K		...	

4. Постройте график АЧХ $K(f)$. Отметьте на графике граничную частоту $f_{\text{гр}}$ ($K(f_{\text{гр}}) = 0,707 K_{\text{max}}$), рассчитайте постоянную времени цепи:

$$\tau = \frac{1}{2\pi f_{\text{гр}}}. \quad (7.2)$$

5. Соберите схему рис. 7.4, предназначенную для измерения ФЧХ. Осциллограф включается в режим *внешней* синхронизации.

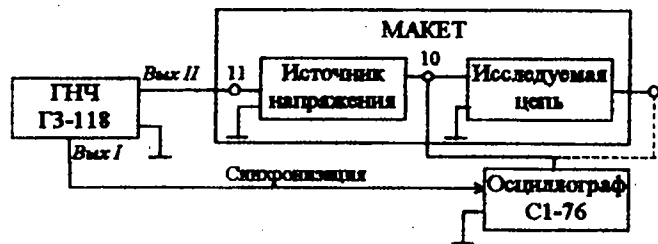


Рис. 7.4

Косвенное измерение фазового сдвига между выходным и входным сигналами основывается на прямом измерении временного сдвига. Осциллограф поочередно включается на вход и выход исследуемой цепи. Установите характерную точку входного сигнала (переход через нуль) в центре экрана. Измеряйте смещение этой точки у выходного сигнала. Измеряйте также период сигнала. Для ускорения измерений временной сдвиг и период рекомендуется определять в делениях сетки, нанесенной на экран осциллографа. Частоты устанавливайте те же, что и при измерении АЧХ. При увеличении частоты изменяйте скорость развертки (масштаб по оси времени), чтобы на экране укладывалось не более одного периода сигнала, иначе измерения временного сдвига будут очень неточными. Условно будем считать временной сдвиг положительным ($\tau > 0$), если выходной сигнал опережает по фазе входной (сдвигается влево). В случае запаздывания выходного сигнала (сдвиг вправо) временной сдвиг считается отрицательным ($\tau < 0$) (рис. 7.5).

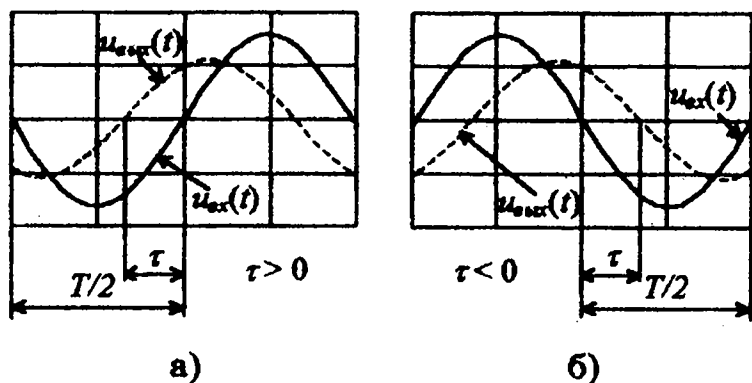


Рис. 7.5

Фазовый сдвиг рассчитайте по формуле

$$\varphi = \frac{\tau}{T} 2\pi. \quad (7.3)$$

Занесите результаты измерений в таблицу:

Таблица 7.2

f , кГц		...	
τ , дел.		...	
T , дел.		...	
φ , рад		...	

Постройте график ФЧХ $\varphi(f)$.

6. Установите частоту, на которой значение АЧХ в 2–3 раза меньше максимального, и изобразите в одних координатных осях осциллограммы входного и выходного гармонических сигналов. Обозначьте на графиках сигналов их амплитуды, период и временной сдвиг.

7. Напишите комментарии и выводы по проделанной работе. Опишите ход кривых АЧХ и ФЧХ (что вы наблюдаете в области нижних частот, что — в области верхних частот). Объясните ход кривых, учитывая изменения комплексных емкостного и индуктивного сопротивлений с ростом частоты. Запишите выражения для АЧХ и ФЧХ исследуемой схемы на основании теоретических соображений и сравните теоретические и экспериментальные зависимости.

8. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА «ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО КОЛЕБАТЕЛЬНОГО КОНТУРА»

Цель работы — экспериментальное определение (измерение) АЧХ и ФЧХ последовательного колебательного контура при съеме напряжения с сопротивления, емкости или индуктивности, объяснение полученных закономерностей на основании физических процес-

сов в контуре, сравнение экспериментальных результатов с теоретическими характеристиками.

Порядок выполнения

1. Элементы последовательного колебательного контура с указанием номеров клемм макета изображены на рис. 8.1. Из этих элементов следует собирать одну из схем контура (см. рис. 8.2; конкретную схему вам укажет преподаватель). Изобразите исследуемую вами схему в отчете, проставьте номера клемм и используйте этот подготовительный материал при сборке общей схемы экспериментальной установки. Вставьте плату в разъем лабораторного столика, включите источник питания. Соберите схему рис. 7.3.

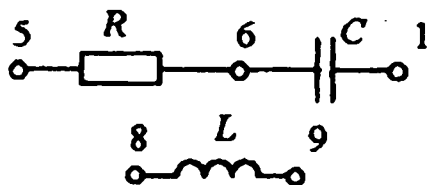


Рис. 8.1

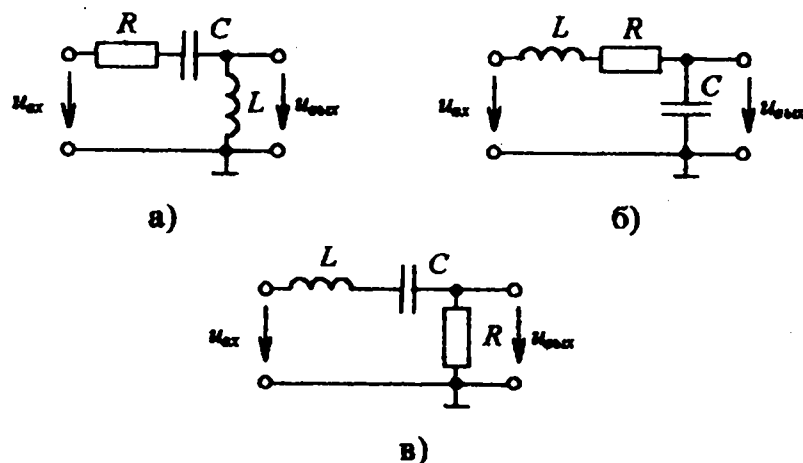


Рис. 8.2

2. Установите частоту входного сигнала 1 кГц, амплитуду 0,5...2 В (контролируйте период и амплитуду сигнала по осциллографу). Пронаблюдайте входной и выходной гармонические сигналы.

3. Произведите измерение АЧХ (см. описание к лаб. работе гл. 7, п. 3).

4. Постройте график АЧХ $K(f)$. На графике отметьте резонансную частоту f_0 ($K(f_0) = K_{\max}$), верхнюю и нижнюю граничные частоты f_B и f_H ($K(f_B) = K(f_H) = 0,707 K_{\max}$). Определите добротность колебательного контура по формуле

$$Q = \frac{f_0}{f_B - f_H} \quad (8.1)$$

5. Соберите схему рис. 7.4 и произведите измерение ФЧХ (см. описание к лаб. работе гл. 7, п. 5). Постройте график ФЧХ $\varphi(f)$.

6. Для частот f_0 , f_B и f_H изобразите векторные диаграммы комплексных амплитуд входного и выходного колебаний. Используйте графики АЧХ и ФЧХ. Примите, что амплитуда входного сигнала 1 В, а его начальная фаза равна нулю.

7. Напишите комментарии и выводы по проделанной работе. Объясните ход кривых $K(f)$ и $\varphi(f)$ на основании явления резонанса, учета характера изменения комплексных емкостного и индуктивного сопротивлений при изменении частоты (примите в рассмотрение, что с ростом частоты модуль емкостного сопротивления уменьшается, а индуктивного возрастает; что ток емкости опережает напряжение на ней на $\pi/2$, а ток индуктивности отстает от напряжения на ней на $\pi/2$; что сопротивление резистивного элемента от частоты не зависит, а ток и напряжение на нем изменяются в фазе). Запишите теоретические выражения для АЧХ и ФЧХ исследуемой цепи и сопоставьте их с экспериментальными зависимостями.

9. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА «ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ПРОСТЕЙШИХ RC- И RL-ЦЕПЯХ»

Цель работы — экспериментальное исследование переходных характеристик простейших RC- и RL-цепей, наблюдение реакций цепей на последовательность прямоугольных импульсов при различных соотношениях между длительностью импульса и постоянной времени цепи.

Порядок выполнения

1. Элементы цепи и исследуемые цепи изображены соответственно на рис. 7.1 и 7.2. Конкретные схемы для исследования вам укажет преподаватель. Соберите экспериментальную установку в соответствии с рис. 9.1.

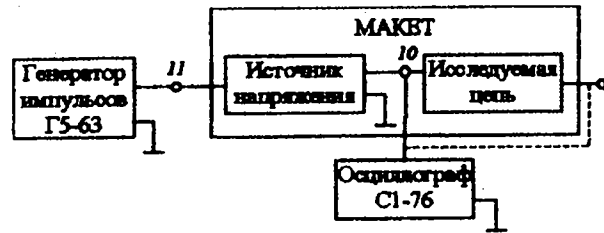


Рис. 9.1

2. Произведите экспериментальное определение переходной характеристики цепи — реакции на единичное скачкообразное воздействие. Для этого установите параметры импульсного сигнала: длительность импульса $\tau_n = 1000$ мкс, период повторения $T = 4000$ мкс, амплитуда $U_n = 1$ В (контроль параметров осуществляется по

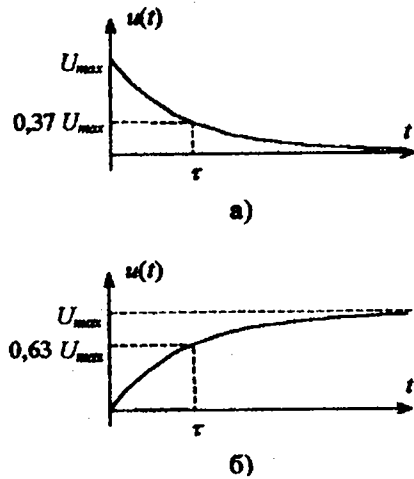


Рис. 9.2

осциллографу). Полярность импульсов, снимаемых с генератора, отрицательная. Установите такую развертку осциллографа, чтобы наблюдать на экране однократное ступенчатое воздействие. Подключите осциллограф к выходу исследуемой цепи, наблюдайте переходную характеристику. Развертку подберите так, чтобы характеристика была достаточно растянутой. Изобразите осциллограмму переходной характеристики в отчете. Найдите по ней постоянную времени цепи. Примерные графики переходных характеристик приведены на рис. 9.2; там же показано, как определить постоянную времени τ .

3. Исследуйте реакцию цепи на последовательность прямоугольных импульсов. Устанавливая следующие параметры импульсов: длительность импульса а) $\tau_n = 10 \tau$, б) $\tau_n = \tau$, в) $\tau_n = 0,1 \tau$; период $T = 5 \tau_n$; амплитуда $U_n = 1$ В, зарисуйте в одном масштабе осциллограммы входных и выходных импульсов. Отметьте, как изменяется форма выходных импульсов при варьировании их длительности.

4. Сделайте комментарии и выводы по проделанной работе. Объясните вид переходной характеристики исходя из свойств емкости, индуктивности и сопротивления, а также свойств образуемой ими одноконтурной цепи. Учтите, что напряжение на емкости и ток через индуктивность не могут изменяться скачком, что вследствие инерционных свойств реактивных элементов возникают переходные процессы в цепи. Поскольку прямоугольный импульс можно представить как наложение смещенных во времени ступенчатых воздействий, следует утверждать, опираясь на принцип суперпозиции и принцип инвариантности во времени линейной цепи, что форма выходного импульса определяется наложением смещенных во времени переходных характеристик. Используйте данное положение для объяснения характера выходного сигнала цепи при различных длительностях входных импульсов. Сопоставьте экспериментальные результаты с выводами теоретического анализа процессов в исследуемых цепях.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кузнецов Ю.В., Тронин Ю.В.* Основы анализа линейных радиоэлектронных цепей (временной анализ). Учеб. пособие. — М.: Изд-во МАИ, 1992.
2. *Кузнецов Ю.В., Тронин Ю.В.* Основы анализа линейных радиоэлектронных цепей (частотный анализ): Учеб. пособие. — М.: Изд-во МАИ, 1992.
3. *Кузнецов Ю.В., Тронин Ю.В.* Линейные радиоэлектронные цепи и сигналы (упражнения и задачи): Учеб. пособие. — М.: Изд-во МАИ, 1994.
4. *Матханов П.Н.* Основы анализа электрических цепей. Линейные цепи. — М.: Высшая школа, 1990.
5. *Сиберт У.М.* Цепи, сигналы, системы. — М.: Мир, 1988.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Постановка задачи	3
2. Составление динамических уравнений методом узловых напряжений	4
3. Составление динамических уравнений методом переменных состояния	6
4. Решение дифференциального уравнения «вход—выход»	8
4.1. Свободное решение ДУ «вход — выход»	8
4.2. Определение параметров реактивных элементов цепи	13
4.3. Вынужденное решение ДУ «вход — выход»	15
4.4. Пересчет независимых начальных условий в зависимые	18
4.5. Общая реакция линейной цепи	20
5. Системные функции линейной цепи	21
6. Задание на выполнение РГР «Временной и частотный анализ линейных цепей»	25
6.1. Временной анализ линейной цепи	28
6.2. Частотный анализ линейной цепи	29
7. Лабораторная работа «Частотные характеристики простейших RC - и RL -цепей»	29
8. Лабораторная работа «Частотные характеристики последовательного колебательного контура»	33
9. Лабораторная работа «Переходные процессы в простейших RC - и RL -цепях»	35
Литература	38

Тем. план 1999, поз. 13

Кузнецов Юрий Владимирович
Голованов Вадим Валентинович

ВРЕМЕННОЙ И ЧАСТОТНЫЙ АНАЛИЗ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ

Редактор *М.С. Винниченко*
Техн. редактор *О.Г. Лаерова*

Сдано в набор 16.11.99. Подписано в печать 22.01.2000.
Бум. газетная. Формат 60x84 1/16. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 2,32. Уч.-изд. л. 2,5. Тираж 200.
Зак. 2270/1341. С.84.

Типография Издательства МАИ
125871, Москва, Волоколамское шоссе, 4