

МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ  
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА**

**Восстановление аналоговых сигналов из дискретных сигналов**

Утверждено на заседании кафедры 405  
31 августа 2006  
протокол № 1

**Москва  
2006 г.**

## Цель работы

Исследование характеристик восстанавливающих фильтров: ФНЧ первого порядка и ФНЧ высокого порядка, исследование процедуры восстановления непрерывного сигнала из дискретного разными фильтрами, оценка качества восстановления аналоговых сигналов.

## Краткие теоретические сведения

Сигнал на выходе идеального дискретизатора (рис. 1) может быть представлен в виде произведения аналогового сигнала  $s(t)$  и дискретизирующей периодической последовательности  $\delta$ -функций с весами  $T$ :

$$s_{\Delta}(t) = s(t) \cdot T \cdot \Delta_T(t), \quad (1)$$

где  $\Delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$ ,  $T$  – период дискретизации.

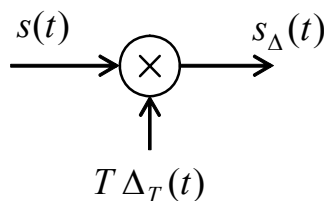


Рис. 1. Идеальный дискретизатор.

Спектр сигнала  $s_{\Delta}(t)$  можно получить путем периодического повторения спектра аналогового сигнала  $s(t)$  с интервалом по частоте равным частоте дискретизации  $f_d = 1/T$ :

$$\dot{S}_{\Delta}(f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{S}(f - k f_d), \quad (2)$$

где  $\dot{S}(f)$  – спектр аналогового сигнала.

Для сигнала  $s(t)$  со спектром, ограниченным частотой  $f_{\max}$

$$\dot{S}(f) = 0, \quad |f| > f_{\max} \quad (3)$$

частота дискретизации может быть выбрана согласно теореме Котельникова

$$f_d > 2 f_{\max}. \quad (4)$$

Пример спектра сигнала на выходе идеального дискретизатора представлен на рис. 2.

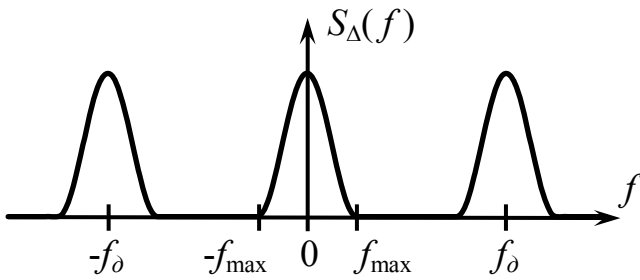


Рис. 2. Спектр дискретного сигнала.

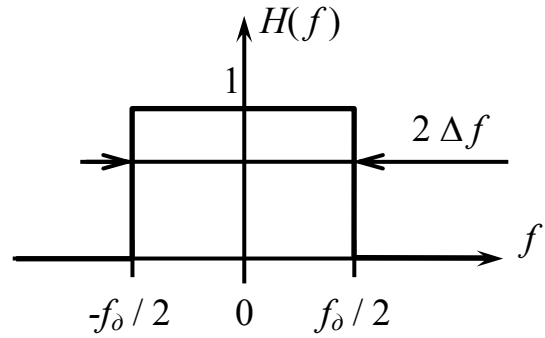


Рис. 3. Частотная характеристика идеального ФНЧ.

Восстановление аналогового сигнала  $s(t)$  может быть проанализировано в частотной области. В качестве устройства, восстанавливающего аналоговый сигнал из дискретного сигнала, используется идеальный фильтр нижних частот (ФНЧ) с полосой пропускания  $\Delta f = f_0/2$ . Частотная характеристика  $H(f)$  идеального ФНЧ показана на рис. 3.

В этом случае спектр восстановленного сигнала можно найти следующим способом:

$$\dot{S}(f) = \dot{S}_\Delta(f) \cdot H(f). \quad (5)$$

При анализе восстановления аналогового сигнала из дискретного сигнала во временной области требуется определить импульсную характеристику восстанавливающего фильтра. Для идеального ФНЧ импульсная характеристика имеет вид:

$$h(t) = \frac{1}{T} \operatorname{sinc}\left(\pi \frac{t}{T}\right). \quad (6)$$

Используя обратное преобразование Фурье от выражения (5), восстановленный аналоговый сигнал  $s(t)$  можно записать в виде:

$$\begin{aligned} s(t) = s_\Delta(t) * h(t) &= \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} T s(nT) \delta(t - nT) \right] * \frac{1}{T} \operatorname{sinc}\left(\pi \frac{t}{T}\right) = \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(nT) \cdot \operatorname{sinc}\left(\pi \frac{t - nT}{T}\right). \end{aligned} \quad (7)$$

Полученное выражение (6) носит название ряда Котельникова.

Таким образом, восстановленный аналоговый сигнал  $s(t)$  может быть получен в результате суперпозиции sinc-функций, задержанных на интервал, кратный периоду дискретизации  $T$ , и взвешенных соответствующими отсчетами дискретного сигнала (рис. 4).

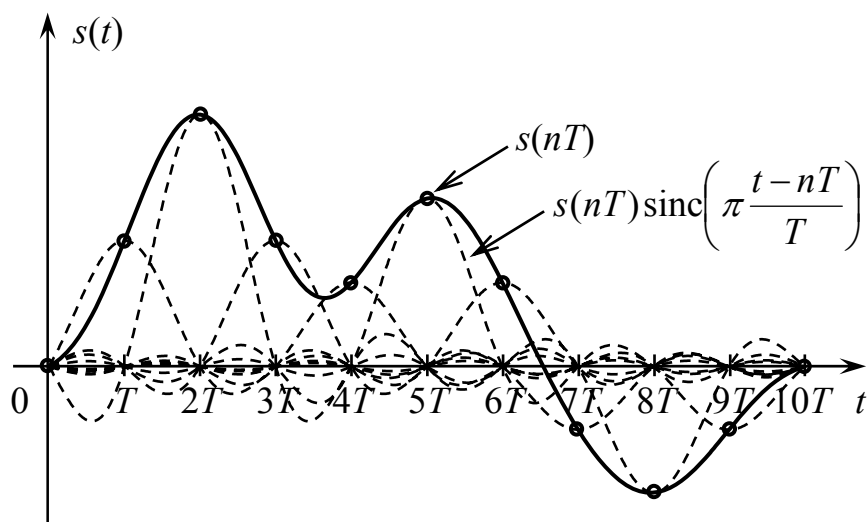


Рис. 4. Восстановленный по своим отсчетам аналоговый сигнал  $s(t)$ .

Для восстановления аналогового сигнала из дискретного на лабораторном макете реализовано два фильтра нижних частот: ФНЧ первого порядка и ФНЧ с частотной характеристикой, близкой к идеальной. Первый ФНЧ (ФНЧ-1) представляет собой RC-цепь, показанную на рис. 5.

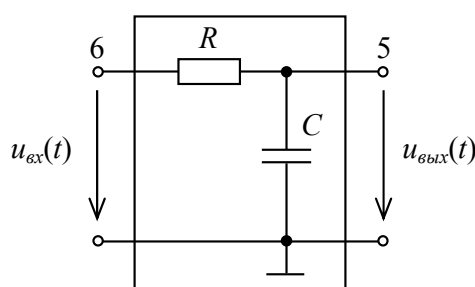


Рис. 5. Схема фильтра нижних частот ФНЧ-1.

Системная передаточная функция ФНЧ-1 определяется выражением:

$$H_1(p) = \frac{1}{1 + p\tau}, \quad (8)$$

где  $\tau = RC$  – постоянная времени RC-цепи.

Выполнив замену  $p = j2\pi f$  в выражении (8), можно определить амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) ФНЧ-1:

$$K_1(f) = \left| H_1(p) \right|_{p=j2\pi f} = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f\tau)^2}}. \quad (9)$$

Импульсная характеристика (ИХ) ФНЧ-1 может быть найдена с помощью обратного преобразования Лапласа от передаточной функции  $H(p)$  и имеет вид:

$$h_1(t) = \frac{1}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad t \geq 0. \quad (10)$$

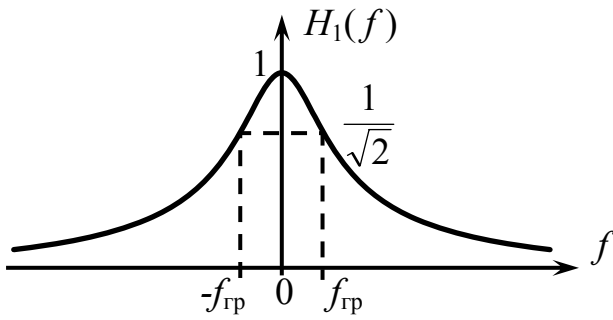


Рис. 6. АЧХ ФНЧ-1.

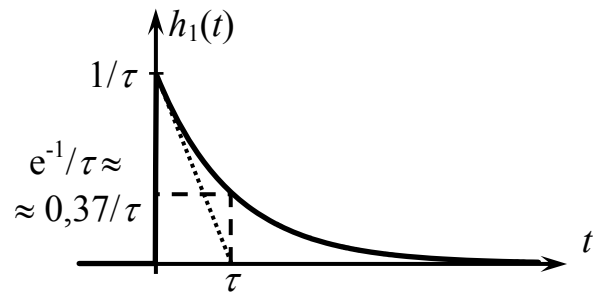


Рис. 7. ИХ ФНЧ-1.

АЧХ и импульсная характеристика ФНЧ 1 показаны на рис. 6 и 7 соответственно.

Граничная частота полосы пропускания ФНЧ первого порядка связана с постоянной времени  $\tau$  выражением:

$$f_{гр} = \frac{1}{2\pi\tau}. \quad (11)$$

Второй ФНЧ (ФНЧ-2) имеет высокий порядок и обладает хорошей избирательностью. На рис. 8 ФНЧ-2 представлен условно в виде четырехполюсника.

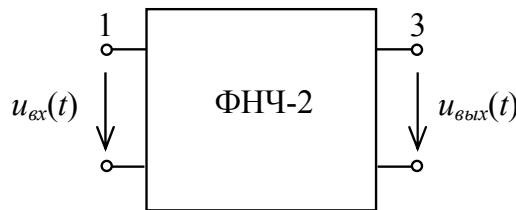


Рис. 8. Условное обозначение ФНЧ высокого порядка.

Амплитудно-частотная характеристика ФНЧ-2 показана на рис. 9. Из рисунка видно, что она по форме приближается к прямоугольной АЧХ.

Импульсная характеристика  $h_2(t)$  ФНЧ-2 показана на рис. 10. Из рисунка видно, что импульсная характеристика  $h_2(t)$  также приближается по форме к импульсной характеристике  $h(t)$  идеального ФНЧ.

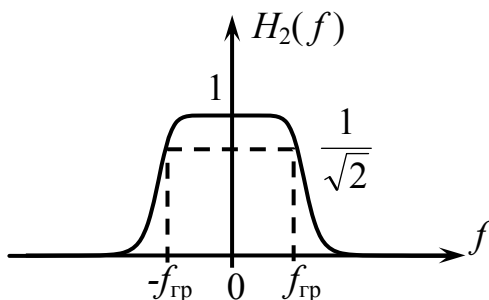


Рис. 9. АЧХ ФНЧ-2.

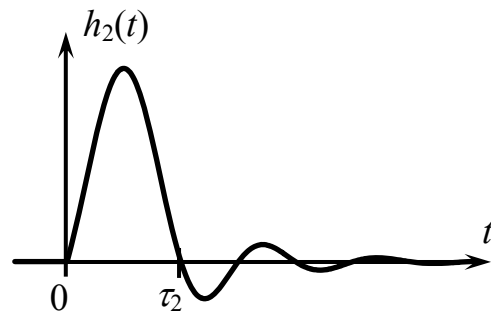


Рис. 10. ИХ ФНЧ-1.

Ширина полосы пропускания ФНЧ-2 может быть определена следующим образом:

$$\Delta f_{0,5} = f_{гр} = \frac{1}{\tau_2}, \quad (12)$$

где  $\tau_2$  – ширина первого лепестка импульсной характеристики ФНЧ-2.

## Порядок выполнения лабораторной работы

### 1. Измерение импульсных характеристик восстанавливающих фильтров.

1.1. Собрать схему подключения приборов и макета для наблюдения импульсных характеристик ФНЧ-1 и ФНЧ-2 в соответствии с рис. 11.

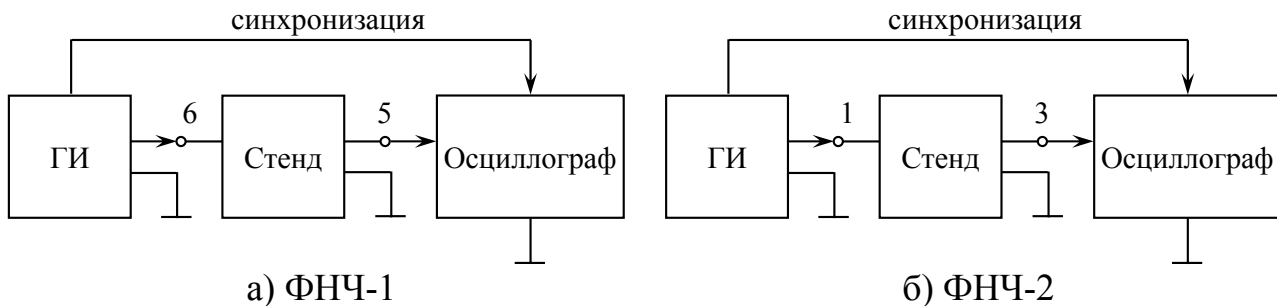


Рис. 11. Схема подключения приборов для измерения импульсных характеристик фильтров.

1.2. На генераторе импульсов (ГИ) установить длительность импульсов  $\tau_{и} = 10 \text{ мкс}$  и период повторения импульсов  $T_{и} = 10 \text{ мс}$ .

1.3. Пронаблюдать и занести в отчет импульсные характеристики ФНЧ-1 и ФНЧ-2. Определить соответствующие параметры импульсных характеристик  $\tau_1$  и  $\tau_2$ .

1.4. Вычислить граничную частоту полосы пропускания  $f_{гр}$  для ФНЧ-1 по формуле (10) и ширину полосы пропускания  $\Delta f_{0,5}$  для ФНЧ-2 по формуле (11).

### 2. Восстановление аналогового сигнала из дискретного гармонического сигнала с использованием ФНЧ-1.

2.1. Собрать схему подключения приборов и макета для наблюдения восстановленного сигнала из дискретного сигнала на выходе ФНЧ-1 в соответствии с рис. 12.

2.2. Установить на генераторе низкой частоты (ГНЧ) частоту гармонического сигнала  $200 \text{ Гц} < f_1 \leq f_{гр}$ .

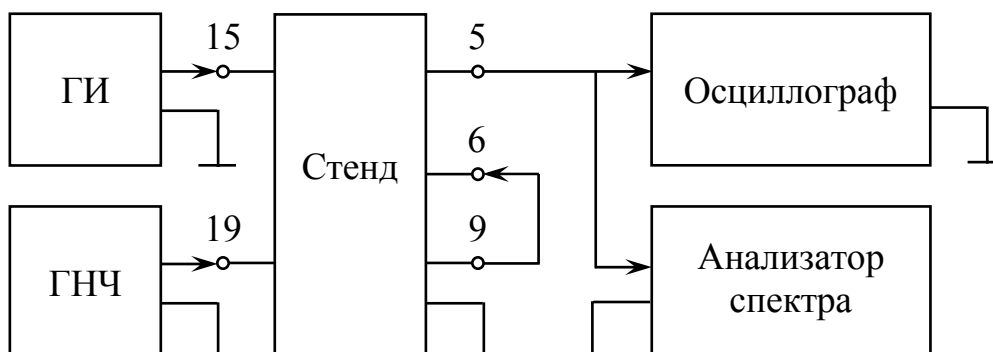


Рис. 12. Схема подключения приборов для восстановления сигнала с использованием ФНЧ-1.

2.3. Выбрать частоту дискретизации  $f_d = 2 f_1$  и установить на ГИ период повторения  $T = 1 / f_d$  и длительность импульсов  $\tau_{и} = T / 10$ .

2.4. С помощью осциллографа и анализатора спектра пронаблюдать и занести в отчет дискретный сигнал на клемме № 9 и восстановленный сигнал на клемме № 5 и их спектры.

2.5. Уменьшить на ГИ период повторения импульсов и длительность импульсов в пять-десять раз.

2.6. С помощью осциллографа и анализатора спектра пронаблюдать и занести в отчет восстановленный сигнал на клемме № 5 и его спектр.

### 3. Восстановление аналогового сигнала из дискретного гармонического сигнала с использованием ФНЧ-2.

3.1. Собрать схему подключения приборов для наблюдения восстановленного сигнала из дискретного сигнала на выходе ФНЧ-2 согласно с рис. 13.

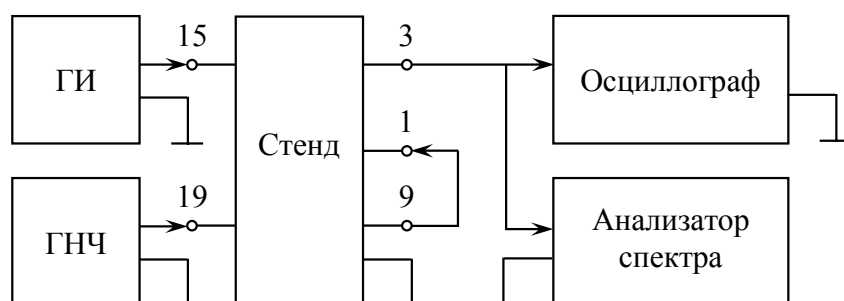


Рис. 13. Схема подключения приборов и макета для наблюдения восстановления сигнала с использованием ФНЧ-2.

3.2. Установить на генераторе низкой частоты (ГНЧ) частоту гармонического сигнала  $200 \text{ Гц} < f_2 < \Delta f_{0,5}$ .

3.3. Выбрать частоту дискретизации  $f_d = 2 f_2$  и установить на ГИ период повторения  $T = 1 / f_d$  и длительность импульсов  $\tau_{и} = T / 10$ .

3.4. С помощью осциллографа и анализатора спектра пронаблюдать и занести в отчет аналоговый сигнал на клемме № 19, дискретный сигнал на клемме № 9, восстановленный сигнал на клемме № 3 и их спектры.

3.5. Уменьшить на ГИ период повторения импульсов и длительность импульсов в пять-десять раз.

3.6. С помощью осциллографа и анализатора спектра пронаблюдать и занести в отчет восстановленный сигнал на клемме № 3 и его спектр.

3.7. Установить на ГНЧ частоту гармонического сигнала  $f_3 = f_2 + 2 \Delta f_{0,5}$ .

3.8. Вычислить частоту дискретизации  $f_d = f_2 + f_3$  и установить на ГИ период повторения  $T = 1 / f_d$  и длительность импульсов  $\tau_{и} = T / 10$ .

3.9. С помощью осциллографа и анализатора спектра пронаблюдать и занести в отчет аналоговый сигнал на клемме № 19, дискретный сигнал на клемме № 9, восстановленный сигнал на клемме № 3 и их спектры.

#### 4. Сделать выводы по проделанной работе.

В выводах отразить:

- сравнение граничных частот ФНЧ-1 и ФНЧ-2;
- влияние формы импульсной характеристики восстанавливающего фильтра на вид восстановленного аналогового сигнала;
- влияние соотношения между граничной частотой полосы пропускания восстанавливающего фильтра на качество восстановления сигнала;
- результаты сравнения сигналов на выходе ФНЧ-1 и ФНЧ-2.

#### **Контрольные вопросы**

1. Как связана полоса пропускания идеального восстанавливающего фильтра с интервалом повторения спектра периодического сигнала?
2. Какой сигнал может быть представлен в виде ряда Котельникова?
3. На какое входное воздействие реакцией линейной цепи является импульсная характеристика?
4. Какой должна быть выбрана частота  $f_0$  гармонического сигнала, чтобы сигнал находился в полосе пропускания РС-цепи, если известна ее постоянная времени  $\tau$ ?
5. Почему в сигнале на выходе ФНЧ-1 наблюдаются скачкообразные изменения?
6. Почему с уменьшением повторения импульсов на ГИ сигнал на выходе ФНЧ-1 меньше отличается по форме от гармонического сигнала на выходе ГНЧ?
7. Как выбрать частоту  $f_0$  гармонического сигнала, чтобы сигнал находился в полосе пропускания ФНЧ высокого порядка, если можно наблюдать его импульсную характеристику?
8. Если сигнал на выходе ГНЧ попадает в полосу пропускания ФНЧ-2, то каким должен быть выбран интервал дискретизации на основании наблюдения импульсной характеристики ФНЧ-2, чтобы восстановить аналоговый сигнал после дискретизации?
9. Если сигнал на выходе ГНЧ не попадает в полосу пропускания ФНЧ-2, то почему после дискретизации при определенных условиях можно наблюдать некоторый сигнал на выходе ФНЧ-2?