

МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
«МАИ»

Кафедра теоретической радиотехники

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА
«Спектральный анализ периодических сигналов»

Утверждено на заседании кафедры 405
31 августа 2006 г.
протокол № 1

Москва, 2006 г.

Цель работы

Экспериментальное исследование спектров периодических сигналов, спектральный и временной анализ прохождения периодических сигналов через линейные цепи 1-го порядка.

Краткие теоретические сведения

Сигнал $s_T(t)$ называется периодическим, если все его значения повторяются через промежутки времени, кратные T , где T – период повторения сигнала, $k \in Z$. Такой сигнал можно разложить в гармонический ряд Фурье:

$$s_T(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cdot \cos 2\pi n F_1 t + b_n \cdot \sin 2\pi n F_1 t), \quad (1)$$

где A_0 – постоянная составляющая сигнала, определяемая выражением

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s_T(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T s_T(t) dt. \quad (2)$$

Частота первой гармоники F_1 обратно пропорциональна периоду сигнала

$$F_1 = \frac{1}{T}. \quad (3)$$

Коэффициенты ряда Фурье a_n и b_n определяются выражениями:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s_T(t) \cdot \cos(2\pi n F_1 t) dt, \quad b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s_T(t) \cdot \sin(2\pi n F_1 t) dt. \quad (4)$$

Зависимость коэффициентов $\{A_0, a_n, b_n\}$ от частоты называют гармоническим спектром периодического сигнала в квадратурной форме. Эта зависимость изображается в виде дискретной функции частоты для значений $f = n \cdot F_1$, $n = 1, 2, \dots \infty$. Коэффициент A_0 определен при $f = 0$. Если функция сигнала $s(t)$ чётная, то коэффициенты $b_n = 0$, если нечётная, то $a_n = 0$.

Периодический сигнал $s_T(t)$ также можно представить в амплитудно-фазовой форме ряда Фурье:

$$s_T(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \cos(2\pi n F_1 t + \varphi_n), \quad (5)$$

где A_n – амплитуда n -й гармоники периодического сигнала, определяемая по формуле

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad (6)$$

φ_n – начальная фаза n -й гармоники периодического сигнала

$$\varphi_n = \begin{cases} -\operatorname{arctg} \frac{b_n}{a_n}, & a_n > 0, \\ -\operatorname{arctg} \frac{b_n}{a_n} \pm \pi, & a_n < 0, \end{cases} \quad (7)$$

$n \cdot F_1$ – частота n -й гармоники периодического сигнала.

Зависимость амплитуд гармоник периодического сигнала от частоты называется односторонним амплитудным спектром, а зависимость начальной фазы гармоник от частоты называется односторонним фазовым спектром сигнала. Обе зависимости определены для значений частоты $f = n \cdot F_1$, $n = 1, 2, \dots \infty$. Общий вид этих зависимостей приведен на рис. 1.

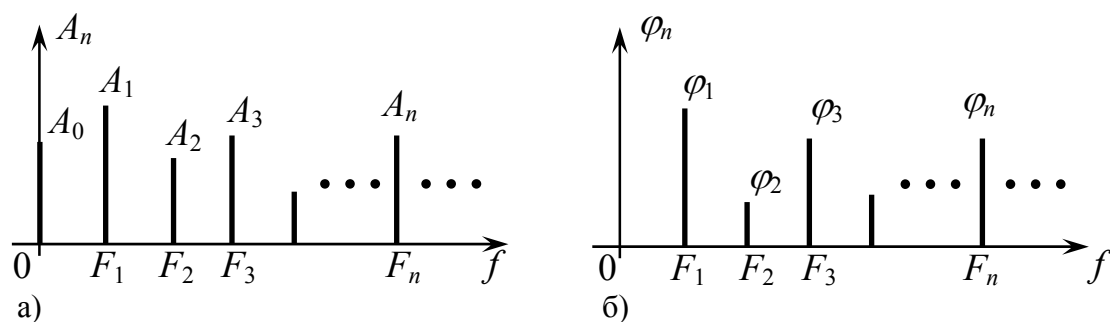


Рис. 1. Односторонний спектр периодического сигнала:
а) – амплитудный спектр, б) – фазовый спектр

Для расчета односторонних спектров необходимо знать аналитическое выражение сигнала $s(t)$. Тогда по формуле (2) вычисляется постоянная составляющая сигнала A_0 , по формуле (3) – частота первой гармоники F_1 , по формулам (4) – коэффициенты a_n и b_n , по формулам (6) и (7) – амплитуды и начальные фазы гармоник сигнала.

Задание для подготовки к лабораторной работе

Для заданного преподавателем варианта задания с помощью формул (2) – (7), приведенных в кратких теоретических сведениях к работе, рассчитать параметры первых восьми гармоник одностороннего спектра периодического сигнала и построить амплитудный и фазовый спектры заданного сигнала.

Варианты заданий

Вариант	Вид сигнала	Рисунок	E , В	T , мс	τ_{ub} , мс
1.	Прямоугольные импульсы	2 а)	5	1	0,25
2.	Треугольные импульсы	2 б)	2	1	0,25
3.	Меандр нечетный	2 в)	3	1	–
4.	Пилообразное напряжение	2 г)	4	1	–
5.	Прямоугольные импульсы	2 а)	1	0,5	0,1
6.	Треугольные импульсы	2 б)	6	0,5	0,1
7.	Меандр нечетный	2 в)	4	0,5	–
8.	Пилообразное напряжение	2 г)	5	0,5	–
9.	Прямоугольные импульсы	2 а)	10	2	0,25
10.	Треугольные импульсы	2 б)	8	2	0,25
11.	Меандр нечетный	2 в)	2	2	–
12.	Пилообразное напряжение	2 г)	1	2	–

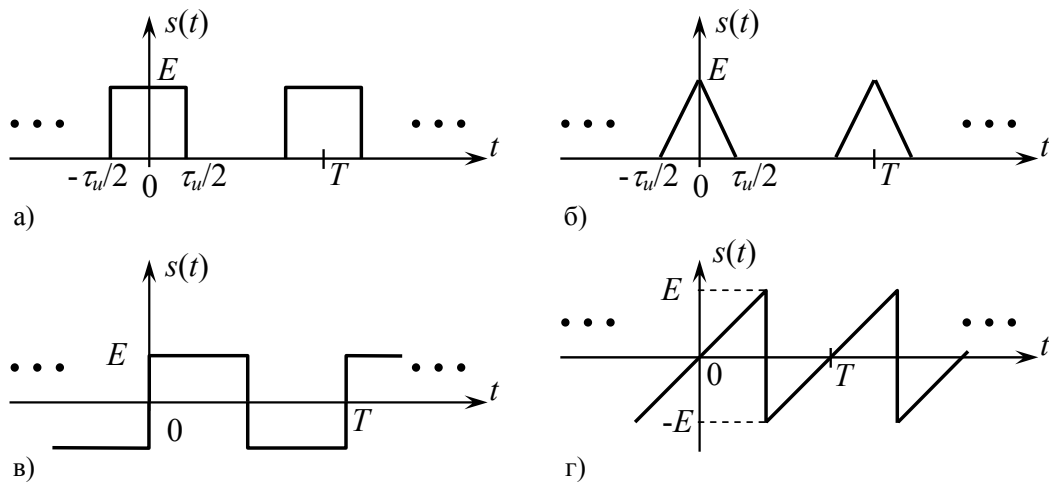


Рис. 2. Примеры периодических сигналов:

- а) – прямоугольные импульсы, б) – треугольные импульсы,
- в) – нечетный меандр, г) – пилообразный сигнал

Порядок выполнения лабораторной работы

1. Исследование спектра гармонического сигнала.

1.1. Собрать схему подключения приборов и измерительного стенда для наблюдения гармонического сигнала и его спектра в соответствии с рис. 1. В качестве источника сигнала используется генератор низкой частоты (ГНЧ, выход II). Рекомендуется при этом использовать синхронизацию ГНЧ (выход I) и осциллографа, а также разветвитель (строенную клемму) измерительного стенда для одновременного подключения осциллографа и анализатора спектра.

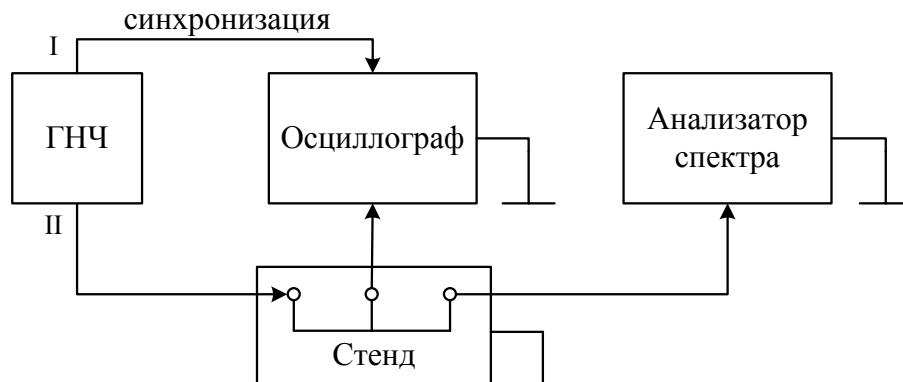


Рис. 1. Схема подключения приборов и измерительного стенда для наблюдения гармонического сигнала и его спектра.

1.2. Установить на ГНЧ значение частоты гармонического сигнала F_1 и амплитуду сигнала A согласно номеру варианта.

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Частота F_1 , кГц	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Амплитуда A , В	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0

1.3. Получить осциллограмму и спектрограмму сигнала, занести их в отчет.

1.4. Измерить по осциллограмме амплитуду сигнала A и период повторения T .

1.5. Измерить по анализатору спектра с помощью встроенного частотомера частоту гармоники F_1 .

1.6. Произвести расчет периода повторения сигнала $T = 1/F_1$, сравнив полученное значение с периодом сигнала, полученным по осциллограмме, и указать на графике спектра в отчете высоту спектральной линии A , найденной в п. 1.4.

2. Исследование спектра периодических прямоугольных импульсов.

2.1. Собрать схему подключения приборов и измерительного стенда для наблюдения периодических прямоугольных импульсов и их спектра в соответствии с рис. 2. В качестве источника сигнала используется генератор импульсов (ГИ). Рекомендуется при этом использовать синхронизацию ГИ и осциллографа, а также разветвитель измерительного стенда для одновременного подключения измерительных приборов.

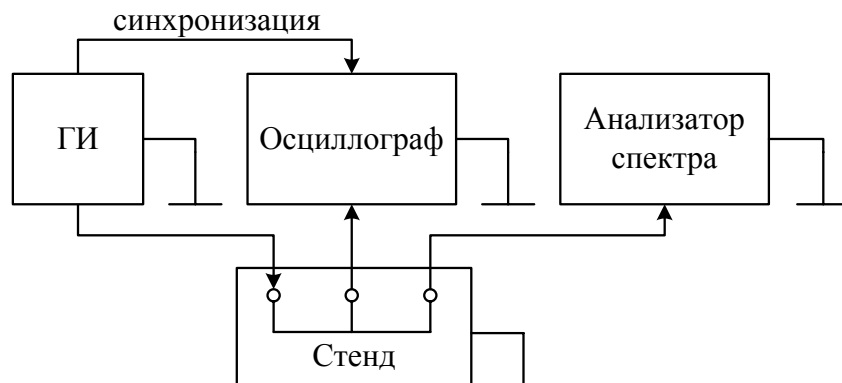


Рис. 2. Схема подключения приборов и измерительного стенда для наблюдения периодических прямоугольных импульсов и их спектра.

2.2. Установить на ГИ период повторения импульсов T и длительность импульсов τ согласно номеру варианта. Амплитуду импульсов установить равной $A = 10$ В.

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Период T , мкс	100	200	250	400	500	80	160	200	320	400
Длительность $\tau_{и}$, мкс	10	20	25	40	50	10	20	25	40	50

2.3. Получить осциллограмму и спектрограмму сигнала, занести полученные зависимости в отчет.

2.4. Установить на ГИ длительность импульсов $2 \cdot \tau_{и}$. Занести полученную осциллограмму и спектрограмму в отчет.

2.5. Установить на ГИ период повторения импульсов $0,5 \cdot T$, длительность импульсов $\tau_{и}$. Занести полученную осциллограмму и спектрограмму в отчет.

2.6. Для всех экспериментов измерить по осциллограмме амплитуду импульсов A , период повторения T и длительность τ .

2.7. Для всех экспериментов произвести расчет скважности $q = T/\tau$, частоты повторения сигнала $F_1 = 1/T$, ширины главного лепестка огибающей спектра $\Delta F = 1/\tau$, значения постоянной составляющей сигнала $A_0 = A \cdot \tau / T$.

2.8. Для всех экспериментов на спектрограмме указать значения частот гармоник спектра и указать соответствующее значение постоянной составляющей A_0 , найденное в предыдущем пункте.

3. Исследование периодического сигнала на выходе линейной цепи.

3.1. Согласно номеру варианта собрать схему подключения приборов и макета (см. рис. 3) для наблюдения периодического сигнала и его спектра на выходе соответствующей цепи первого порядка, показанной на рис. 4. Чтобы подать сигнал на вход линейной цепи, требуется соединить перемычкой клемму 8 макета и заземляющую шину на измерительном стенде.

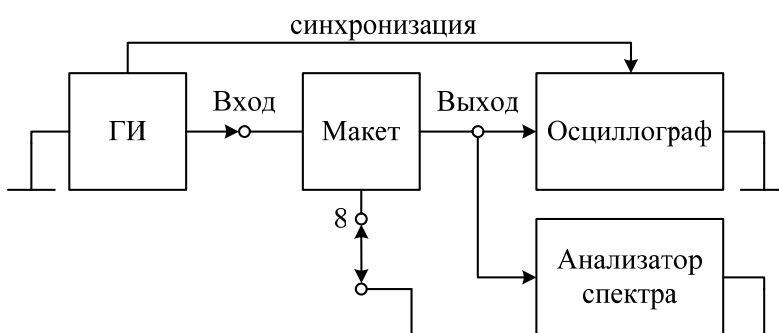


Рис. 3. Схема подключения приборов и макета для наблюдения периодического сигнала и его спектра на выходе цепи первого порядка.

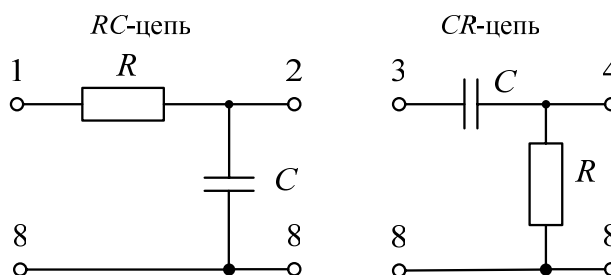


Рис. 4. Схема цепей первого порядка.

3.2. Получить и зарисовать реакцию цепи на короткий прямоугольный импульс. Реакция линейной цепи на короткий импульс большой амплитуды повторяет по форме импульсную характеристику (ИХ) этой цепи. Примеры ИХ цепей первого порядка показаны на рис. 5.

На вход макета подать сигнал с ГИ, установив длительность импульсов $\tau = 1$ мкс, амплитуду импульсов $A = 10$ В. Подобрать период повторения импульсов так, чтобы реакция на соседние импульсы не накладывалась друг на друга. Определить постоянную времени и граничную частоту полосы пропускания цепи первого порядка.

Вариант	1, 3, 5, 7, 9	2, 4, 6, 8, 10
Тип цепи	Интегрирующая (RC)	Дифференцирующая (CR)

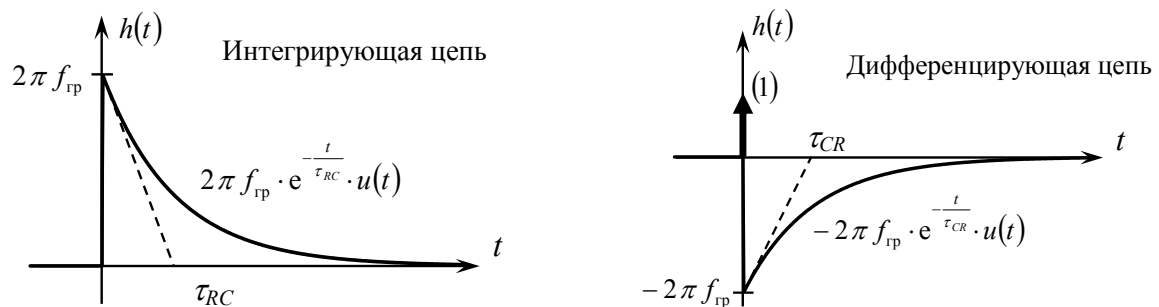


Рис. 5. Импульсная характеристика цепи первого порядка.

3.3. Выбрать длительность прямоугольного импульса $\tau_{и}$ согласно номеру варианта и установить ее на ГИ.

Вариант	1, 3, 5, 7, 9	2, 4, 6, 8, 10
Длительность импульса $\tau_{и}$	$\tau_{и} = 0,2 \div 0,3 \tau_{RC}$	$\tau_{и} = 5 \div 8 \tau_{CR}$

Период повторения импульсов T выбрать в $4 \div 5$ раз больше длительности импульса $\tau_{и}$, амплитуду импульсов установить $A = 10$ В.

3.4. Получить осциллограмму и спектрограмму сигнала на входе и выходе макета, занести полученные зависимости в отчет.

3.5. Определить и зарисовать амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) цепи первого порядка исходя из полученных спектров сигнала на входе и выходе макета.

3.6. Определить по АЧХ граничную частоту полосы пропускания цепи первого порядка и сравнить ее со значением, полученным ранее.

4. Сделать выводы по проделанной работе.

В выводах отразить:

- указать, как определить параметры гармонического сигнала по его амплитудному спектру;
- указать влияние параметров периодической последовательности прямоугольных импульсов на их амплитудный спектр;
- сравнить сигналы и их спектры на входе и выходе линейной цепи 1-го порядка, пояснить искажения формы сигналов и их спектров.

Контрольные вопросы

1. Как выглядит спектр гармонического сигнала?
2. Как связаны параметры гармонического сигнала: период повторения, амплитуда и начальная фаза с параметрами гармоники в спектре?
3. Как выглядит спектр периодических прямоугольных импульсов?
4. Сколько гармоник в спектре периодических прямоугольных импульсов?
5. Как частота первой гармоники в спектре сигнала связана с частотой повторения импульсов?
6. Как длительность прямоугольного импульса связана с шириной главного лепестка огибающей спектра периодических прямоугольных импульсов?
7. Что такое скважность?
8. Чем определяется число гармоник в пределах ширины главного лепестка огибающей спектра периодических прямоугольных импульсов?
9. Что такое постоянная составляющая?
10. Как определить постоянную составляющую во временной и частотной области?
11. Как во временной области изменяется форма импульсов на выходе линейной цепи?
12. Как изменяется спектр прямоугольных импульсов на выходе линейной цепи?
13. Что происходит с постоянной составляющей периодического сигнала на выходе RC - и CR -цепи?