МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ ЦЕПИ И СИГНАЛЫ

Лабораторная работа № 5К
Исследование случайных процессов

2003

Варианты заданий

Номер варианта	Тип фильтра	Относительная полоса пропускания фильтра		Метод синтеза фильтра	Порядок фильтра
		с широкой полосой	с узкой полосой		
1	ФНЧ	0,35	0,1	Баттерворт	7
2	ФНЧ	0,3	0,06	Чебышев I	6
3	ФНЧ	0,33	0,12	Чебышев II	6
4	ФНЧ	0,37	0,09	Эллиптический	5
5	ППФ	0,2 – 0,6	0,4 – 0,45	Баттерворт	7
6	ППФ	0,5 – 0,35	0,05 – 0,35	Чебышев I	5
7	ППФ	0,1 – 0,6	0,18 – 0,25	Чебышев II	5
8	ППФ	0,22 – 0,6	0,4 – 0,46	Эллиптический	5
9	ФНЧ	0,3	0,12	Чебышев I	5
10	ФНЧ	0,6	0,185	Эллиптический	3
11	ФНЧ	0,31	0,13	Баттерворт	6
12	ФНЧ	0,29	0,11	Чебышев II	4
13	ППФ	0,22 – 0,65	0,5 – 0,58	Чебышев I	4
14	ППФ	0,15 – 0,5	0,2 – 0,25	Эллиптический	3
15	ППФ	0,25 – 0,7	0,45 – 0,52	Баттерворт	6
16	ППФ	0,22 – 0,68	0,51 – 0,58	Чебышев II	5
17	ФНЧ	0,36	0,14	Чебышев II	6
18	ФНЧ	0,65	0,27	Баттерворт	8
19	ФНЧ	0,34	0,13	Эллиптический	5
20	ФНЧ	0,38	0,16	Чебышев I	7
21	ППФ	0,18 – 0,55	0,27 – 0,35	Чебышев II	7
22	ППФ	0,2 – 0,8	0,27 – 0,32	Баттерворт	8
23	ППФ	0,19 – 0,56	0,29 – 0,36	Эллиптический	5
24	ППФ	0,15 – 0,55	0,28 – 0,35	Чебышев I	5

Цель работы

- Изучение случайных процессов, их временных, спектральных и статистических характеристик; определение параметров случайных процессов по их характеристикам; сравнение характеристик заданных случайных процессов с характеристиками известных случайных процессов.
- Изучение прохождения случайных процессов через линейные цепи, сравнение параметров и характеристик случайных процессов на входе и выходе линейных устройств.

Краткие теоретические сведения

В лабораторной работе будет исследоваться случайный процесс $\{s(t)\}$. Этот процесс обладает свойством *стационарности*, т.е. постоянством параметров во времени, и свойством *эргодичности*, которое означает, что результат усреднения случайного процесса по реализациям эквивалентен усреднению по времени.

Для некоторого случайного процесса вероятность нахождения его значения в некотором интервале $(s_0\ ,\ s_0{+}\Delta s)$ можно определить как отношение времени нахождения значений случайного процесса в этом интервале ко всей длительности случайного процесса.

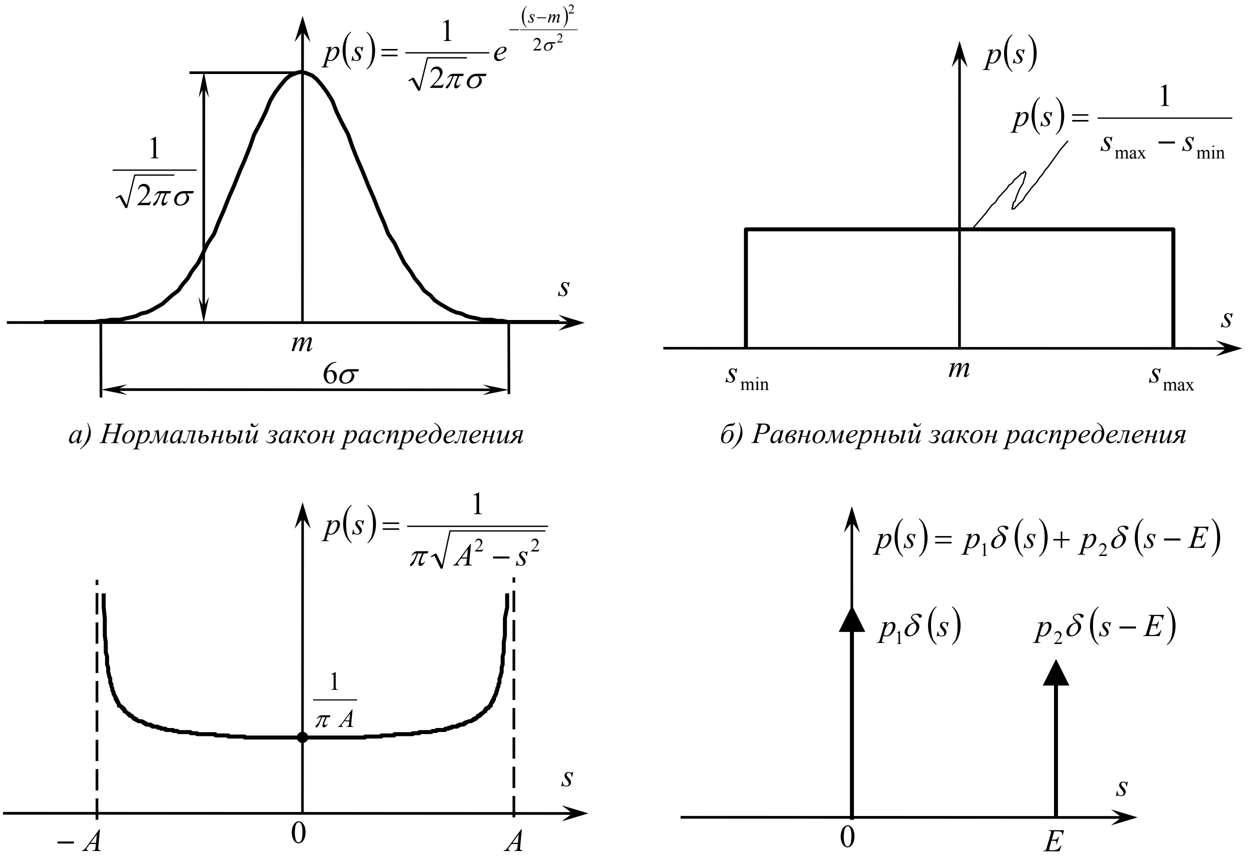
$$P(s \in (s_0, s_0 + \Delta s)) = \frac{\Delta t_{\Delta s}}{T_\Sigma}\ . \tag{1}$$

Если уменьшать этот интервал Δs и в предельном случае устремить его к нулю, то и время нахождения значений случайного процесса в интервале будет стремиться к нулю, соответственно к нулю будет стремиться и вероятность нахождения случайного процесса в этом интервале. Однако будет иметь смысл величина, равная отношению вероятности нахождения процесса Δt в малом интервале Δs к величине этого интервала.

$$p(s_0) = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{P(s \in (s_0, s_0 + \Delta s))}{\Delta s} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta t_{\Delta s}}{T_\Sigma \cdot \Delta s}\,. \tag{2}$$

Зависимость $p(s)$ называется плотностью вероятности случайного процесса и является его главной статистической характеристикой. Плотность вероятности случайного процесса определяет закон распределения. Каждый закон распределения обладает определенными свойствами. В данной работе будут исследоваться 4 типа случайных процессов.

1) Широкое распространение в радиотехнике получил нормальный (или гауссовский) закон распределения, т.к. он позволяет достаточно точно описать целый ряд явлений. График плотности вероятности нормального закона представлен на рис. 1 а). Параметрами закона являются среднее значение m и дисперсия $D = \sigma^2$, где σ – среднеквадратическое отклонение.



а) Нормальный закон распределения *б) Равномерный закон распределения*

в) Гармоника со случайной начальной фазой *г) Хаотическая импульсная последовательность*

Рис. 1. Плотность вероятности случайных процессов

2) Другим законом распределения вероятности случайного процесса, исследуемым в работе, является равномерный закон, плотность вероятности которого приведена на рис. 1 б). Параметрами закона является минимальное s_{min} и максимальное s_{max} значение случайной величины. Среднее значение и дисперсия процесса с таким законом распределением определяется как:

$$m=\frac{s_{\max}+s_{\min}}{2},$$
$$\sigma^2=\frac{\left(s_{\max}-s_{\min}\right)^2}{12}. \qquad (3)$$

3) Гармоника со случайной начальной фазой. Плотность вероятности этого процесса изображена на рис. 1 в).

4) Хаотическая импульсная последовательность (ХИП), представляющая собой последовательность коротких импульсов, имеющих одинаковые амплитуды E, но различные, случайные от импульса к импульсу, длительности импульсов и паузы между ними. Плотность вероятности ХИП представлена на рис. 1 г).

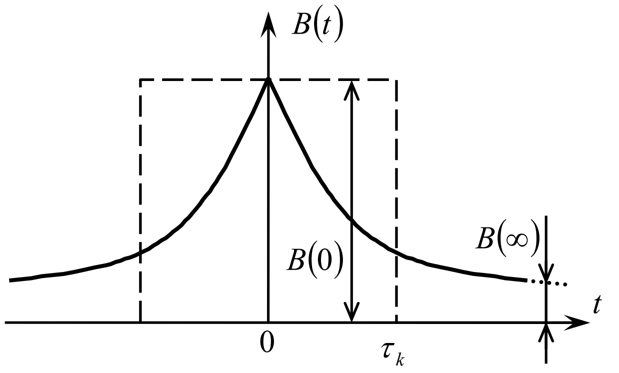


Рис. 2. АКФ случайного процесса

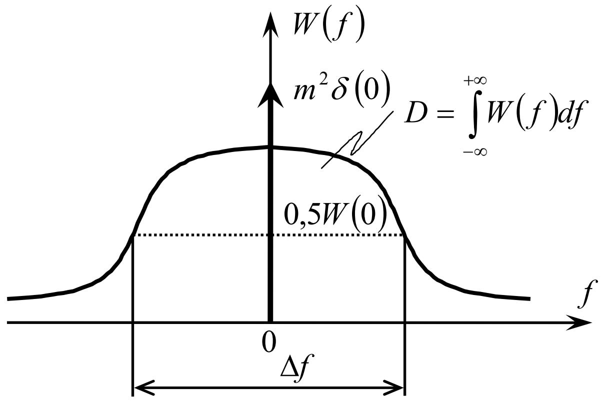


Рис. 3. СПМ случайного процесса

В общем случае, для любого закона распределения по известной плотности вероятности можно определить среднее значение и дисперсию случайного процесса:

$$m = \int_{-\infty}^{+\infty} p(s)\, s\, ds, \quad \sigma^2 = D = \int_{-\infty}^{+\infty} p(s)(s - m_s)^2 ds. \tag{4}$$

Другой важной характеристикой случайного процесса является его ***автокорреляционная функция*** (*АКФ*), определяемая как

$$B(t) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \cdot \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(\tau) s(\tau + t) d\tau, \tag{5}$$

где T – время измерения.

По графику АКФ, типичный вид которой для случайного низкочастотного процесса с постоянной составляющей представлен на рис. 2, можно определить: полную мощность $P_{пол}$, равную значению $B(0)$, мощность постоянной составляющей m^2, определяемой как $B(\infty)$, и интервал корреляции τ_k случайного процесса. Интервал корреляции определяется как время, на которое поведение случайного процесса может быть предсказано, и численно определяется как:

$$\tau_k = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} B(\tau) d\tau}{2 \cdot B(0)}. \tag{6}$$

Другой характеристикой случайного процесса служит его ***спектральная плотность мощности*** (*СПМ*), показывающая как распределена мощность случайного процесса в частотной области и показанная на рис. 3.

По спектральной плотности мощности случайного процесса можно определить полную мощность процесса $P_{пол}$ как площадь под кривой графика СПМ, мощность постоянной составляющей m^2 как вес дельта-функции на нулевой частоте и полосу процесса по уровню половинной мощности Δf.

Нужно отметить, что спектральная плотность мощность случайного процесса и его автокорреляционная функция связаны парой преобразований Фурье (теорема Винера-Хинчина):

$$W(f)=\int_{-\infty}^{+\infty}B(t)e^{-j2\pi f t}dt, \quad B(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}W(f)e^{j2\pi f t}df. \tag{7}$$

При анализе прохождения случайного процесса через линейную цепь необходимо при известных характеристиках случайного процесса на входе и известных характеристиках цепи (передаточной функции $K(f)$ или импульсной характеристики $h(t)$) определить характеристики случайного процесса на выходе этой цепи. Для этого можно воспользоваться спектральным или корреляционным анализом.

Спектральный анализ предполагает нахождение СПМ сигнала на выходе линейной цепи, которая может быть определена как:

$$W_{вых}(f)=W_{вх}(f)\cdot G(f), \tag{8}$$

где $G(f)=|K(f)|^2=K(f)\cdot K^*(f)$ – передаточная функция мощности цепи.

Другой путь – корреляционный анализ. Автокорреляционная функция процесса на выходе линейной цепи может быть выражена как:

$$B_{вых}(t)=B_{вх}(t)*B_h(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}B_{вх}(\tau)\cdot B_h(\tau-t)d\tau, \tag{9}$$

где функция $B_h(t)$ определяется как

$$B_h(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}G(f)e^{j\cdot 2\pi f t}df=h(t)*h(-t)=\int_{-\infty}^{+\infty}h(\tau)\cdot h(\tau+t)d\tau. \tag{10}$$

Задача определения плотности вероятности случайного процесса на выходе линейной цепи представляет собой в общем случае сложную задачу. Но эта задача существенно упрощается, если на вход линейной цепи подается нормальный случайный процесс. В этом случае, если задана плотность вероятности входного процесса:

$$p(s)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(s-m)^2}{2\sigma^2}}, \tag{11}$$

то плотность вероятности на выходе линейной цепи будет равна:

$$p(s_{вых})=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{вых}}e^{-\frac{(s_{вых}-m_{вых})^2}{2\sigma_{вых}^2}}, \tag{12}$$

а дисперсия выходного процесса $\sigma_{вых}^2$ и среднее значение $m_{вых}$ могут быть определены, например, спектральным методом, т.е. по графику спектральной плотности мощности на выходе.

Порядок выполнения работы

1. Получите вариант задания у преподавателя. Загрузите систему “Matlab” и запустить лабораторную работу. Для этого в командной строке “Matlab” следует ввести:

>> lab5

Перерисуйте в тетрадь схему макета, показанную на рис. 4.

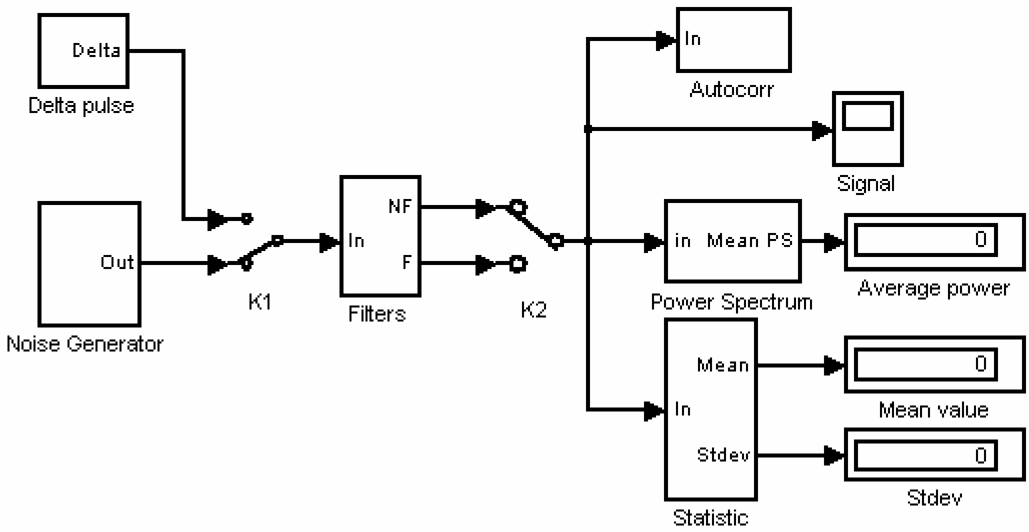


Рис. 4. Схема лабораторного макета

2. Установите параметры схемы согласно варианту задания. Для этого необходимо двойным щелчком на блоке генератора случайного процесса открыть диалоговое меню и затем ввести номер варианта в текстовое поле. После этого установите переключатель на выходе блока фильтров в положение соответствующее прохождению сигнала без фильтра («NF»). Чтобы сменить состояние переключателя достаточно щелкнуть на нем дважды.

3. Запустите анализ схемы, нажав кнопку .

После завершения моделирования будут построены графики плотности вероятности случайного процесса, спектральной плотности мощности и автокорреляционной функции. Для того, чтобы увидеть саму реализацию случайного процесса, нужно дважды щелкнуть на элементе “Scope”.

Построенные графики могут быть неправильно масштабированы, поэтому после окончания моделирования следует на области построения каждого графика щелкнуть правой кнопкой мыши и выбрать пункт “Autoscale” для того, чтобы выполнить автомасштабирование (рис. 5).

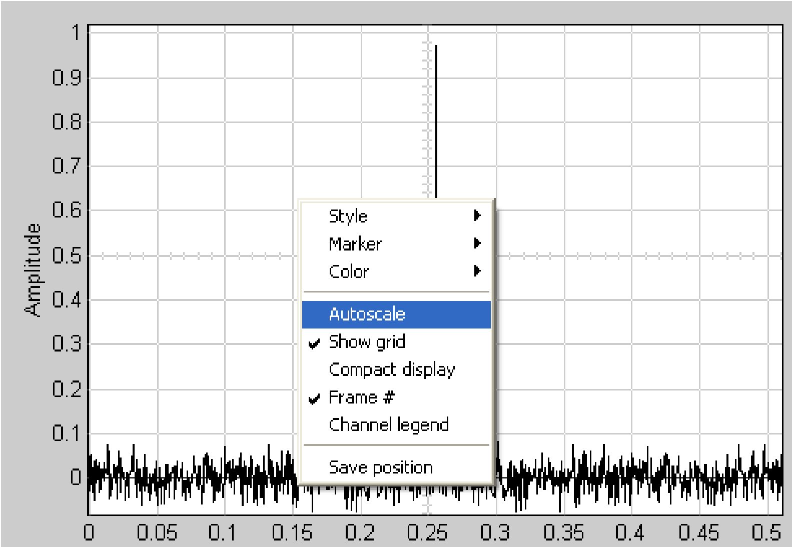


Рис. 5. Выполнение автомасштабирования графика

Для того, чтобы плотность вероятности случайного процесса была построена **правильно**, прежде всего, нужно определить по реализации случайного процесса его минимальное и максимальное значения. Затем эти значения следует задать в окне свойств блока “Statistic” (рис. 6), для чего следует дважды щелкнуть на нем. Третий параметр окна свойств – число интервалов разбиения диапазона, в котором строится плотность вероятности. По умолчанию он задан равным 20, но может быть изменен для получения более гладкой гистограммы.

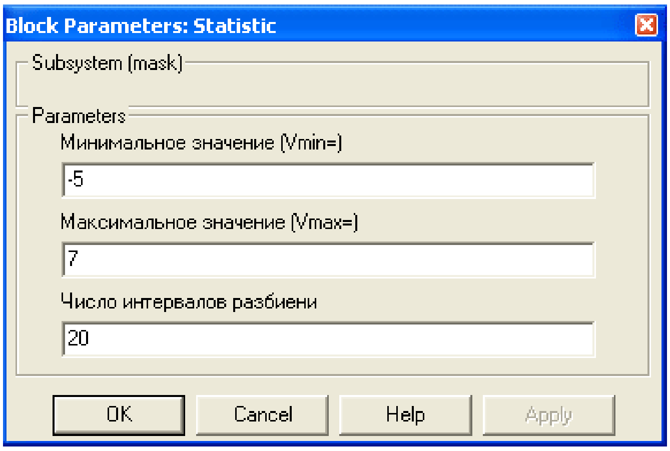


Рис. 6. Окно свойств блока “Statistic”

Запустите модель на выполнение повторно.

Нарисуйте в отчете графики выбранной реализации случайного процесса, его плотности вероятности, спектральной плотности мощности и автокорреляционной функции.

4. По построенным характеристикам определите параметры исследуемого случайного процесса:

– по графику плотности вероятности сделайте предположение о характере случайного процесса. Графики типичных законов распределения приведены в кратких теоретических сведениях. Точные значение постоянной составляющей и дисперсии, вычисленные по его плотности вероятности, отображены на индикаторах “Mean value” и “Stdev” соответственно;

– по графику АКФ определите мощность постоянной составляющей, полную среднюю мощность случайного процесса, интервал корреляции;

– по графику СПМ найдите ширину спектра случайного процесса, мощность постоянной составляющей и полную среднюю мощность. При определении последней воспользуйтесь индикатором “Average power”, показывающим значение полной средней мощности, определенной по СПМ.

5. Переключите управляющий ключ на выходе блока фильтров в положение, соответствующее прохождению сигнала через фильтр – «F». Затем задайте параметры фильтра. Для этого дважды щелкните мышью на изображении блока “Filters”. В открывшемся окне дважды щелкните на фильтре “Digital IIR Filter Design”.

6. В открывшемся окне параметров (рис. 7) задайте тип фильтра: ФНЧ (Lowpass) или ППФ (Bandpass); метод синтеза фильтра (Баттерворта, Чебышева, и т.д.); его порядок и полосу пропускания. Установите параметры фильтра согласно варианту, задав широкую полосу пропускания. Заметим, что полоса пропускания фильтра задается в относительных единицах. Для фильтров Чебышева и эллиптических кроме этих параметров задаются максимальное затухание в полосе пропускания и минимальное в полосе задержания. Значения этих величин измеряются в децибелах. Можно оставить значения этих величин, заданные по умолчанию или изменить их, но так чтобы затухание в полосе пропускания было не больше 3 дБ, а затухание в полосе задержания не меньше 20 дБ.

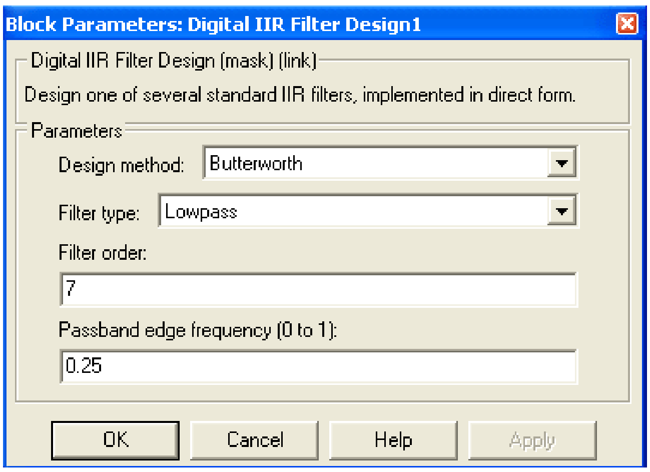


Рис. 7. Окно установки параметров фильтра

7. Определите импульсную и частотную характеристики фильтра. Для этого переключите ключ на входе фильтра в положение, соответствующее подаче на вход фильтра короткого импульса (дельта-функции). Запустите схему на выполнение. Перерисуйте графики импульсной характеристики фильтра, построенной в окне осциллоскопа, и его передаточной функции мощности, построенной на графике спектральной плотности. Определите полосу пропускания фильтра.

8. Переключите ключ на входе фильтра в положение, соответствующее прохождению случайного процесса, и вновь запустите схему на выполнение. Теперь в соответствующих окнах можно увидеть характеристики случайного процесса на выходе фильтра. Нужно заметить, что в реализации случайного процесса изменились минимальные и максимальные значения сигнала, поэтому для правильного построения гистограммы их нужно задать заново. Задав эти значения в блоке “Statistic”, запустите схему вновь.

   Перерисуйте характеристики случайного процесса, прошедшего через фильтр, определите по ним параметры аналогично тому, как это было сделано в пункте 4.

9. Измените параметры фильтра так, чтобы он соответствовал заданному фильтру с узкой полосой пропускания.

   Определите и нарисуйте импульсную характеристику и передаточную функцию по мощности фильтра. Отметьте полосу пропускания фильтра. После этого подайте на вход фильтра с узкой полосой исследуемый случайный процесс и постройте его характеристики на выходе этого фильтра. По характеристикам определите параметры процесса.

10. Сравните характеристики исследуемого случайного процесса без прохождения фильтров и характеристики этого же процесса на выходе фильтров с широкой и узкой полосой пропускания. Объясните изменение параметров случайного процесса после прохождения им фильтров, а также изменение (или отсутствие изменения) закона распределения сигнала на выходе фильтра. Сделайте выводы.