

МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
«МАИ»

Кафедра теоретической радиотехники

КОМПЬЮТЕРНАЯ ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА
«Спектральный анализ периодических сигналов»

Утверждено на заседании кафедры 405
31 августа 2006 г.
протокол № 1

Москва, 2006 г.

Цель работы

Овладеть навыками вычисления спектра периодического сигнала, исследовать связь между формой периодического сигнала и его односторонним амплитудным и фазовым спектром.

Краткие теоретические сведения

Сигнал $s(t)$ называется периодическим, если все его значения повторяются через промежуток времени, равный kT , где T – наименьший период повторения сигнала, $k \in \mathbb{Z}$. Такой сигнал можно разложить в гармонический ряд Фурье:

$$s(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cdot \cos n\omega_1 t + b_n \cdot \sin n\omega_1 t), \quad (1)$$

где A_0 – постоянная составляющая сигнала, определяемая выражением

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) dt. \quad (2)$$

Циклическая частота первой гармоники ω_1 , обратно пропорциональная периоду сигнала

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T}. \quad (3)$$

Коэффициенты ряда Фурье a_n и b_n определяются выражениями:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cdot \cos(n\omega_1 t) dt, \quad b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cdot \sin(n\omega_1 t) dt. \quad (4)$$

Зависимость коэффициентов $\{A_0, a_n, b_n\}$ от частоты называют гармоническим спектром периодического сигнала. Эта зависимость изображается в виде дискретной функции частоты на множестве значений $\omega = n \cdot \omega_1$. Причем коэффициент A_0 определен при $\omega = 0$. Если функция сигнала $s(t)$ чётная, то коэффициенты $b_n = 0$, если нечётная, то $a_n = 0$.

В радиотехнике большее распространение получила другая форма записи гармонического ряда Фурье:

$$s(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \cos(n\omega_1 t + \varphi_n), \quad (5)$$

где A_n – амплитуда n -й гармоники периодического сигнала

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad (6)$$

φ_n – начальная фаза n -й гармоники периодического сигнала

$$\varphi_n = \begin{cases} -\operatorname{arctg} \frac{b_n}{a_n}, & a_n > 0, \\ -\operatorname{arctg} \frac{b_n}{a_n} \pm \pi, & a_n < 0, \end{cases} \quad (7)$$

$n \cdot \omega_1$ – частота n -й гармоники периодического сигнала.

Зависимость амплитуд гармоник периодического сигнала от частоты называется односторонним амплитудным спектром, а зависимость начальной фазы гармоник от частоты называется односторонним фазовым спектром сигнала. Обе зависимости определены на счётном множестве значений частоты $\omega = n \cdot \omega_1$, $n \in Z_0$. Общий вид этих зависимостей приведен на рис. 1.

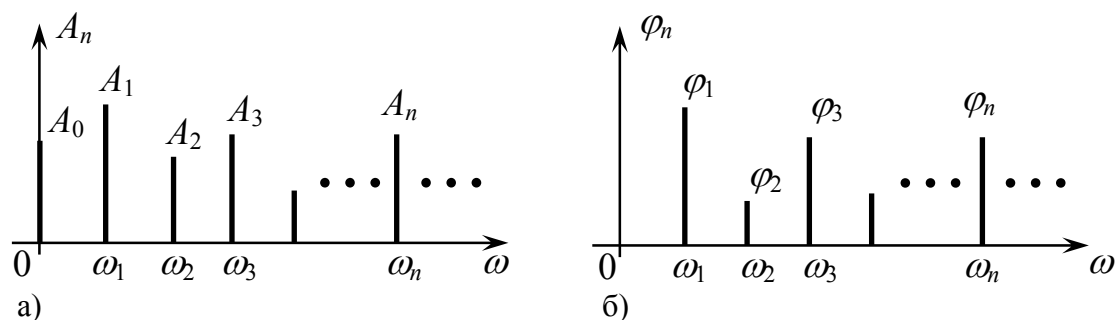


Рис. 1. Односторонний спектр периодического сигнала:
а) – амплитудный спектр, б) – фазовый спектр

Для расчета односторонних спектров необходимо знать аналитическое выражение сигнала $s(t)$. Тогда по формуле (2) вычисляется постоянная составляющая сигнала A_0 , по формуле (3) – частота первой гармоники ω_1 , по формулам (4) – коэффициенты a_n и b_n , по формулам (6) и (7) – амплитуды и начальные фазы гармоник сигнала.

Высокочастотные составляющие спектра участвуют в формировании быстроменяющихся участков сигнала, а низкочастотные – участков, на которых сигнал меняется во времени незначительно. Поэтому если из спектра сигнала исключить низкочастотные составляющие, то он станет более изрезанным, а если удалить высокочастотные компоненты, то он станет более гладким.

Порядок выполнения лабораторной работы

Перед выполнением работы необходимо получить вариант задания у преподавателя. Затем с помощью формул (2) – (7), приведенных в кратких теоретических сведениях к работе, рассчитать параметры первых восьми гармоник и построить односторонние амплитудный и фазовый спектры заданного сигнала (рис. 1). При этом для упрощения расчетов необходимо использовать линейную частоту f . В этом случае частота первой гармоники будет определяться соотношением $F_1 = 1/T$, а спектры будут определены на множестве $n \cdot F_1$, где $n \in Z_0$. На рис. 2 приведены графики анализируемых периодических сигналов.

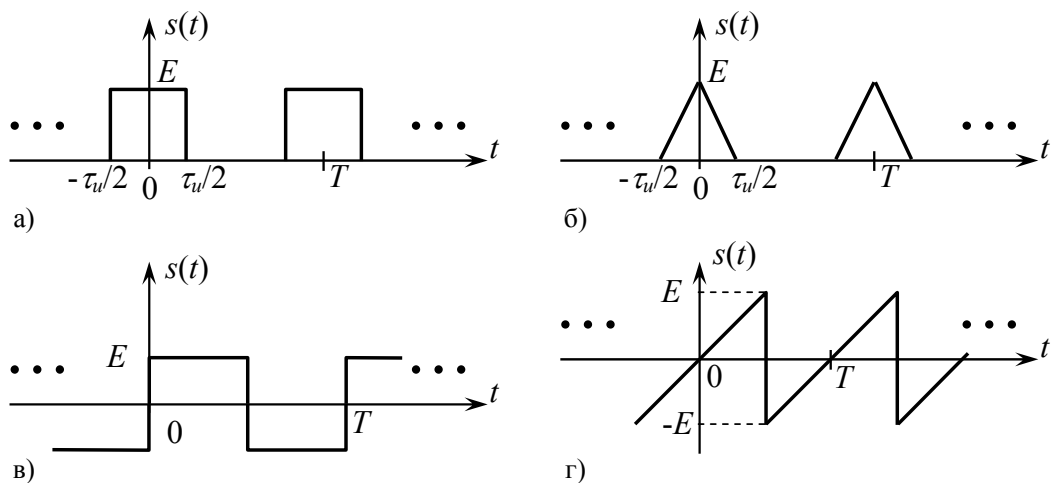


Рис. 2. Примеры периодических сигналов:

- а) – прямоугольные импульсы, б) – треугольные импульсы,
 в) – нечетный меандр, г) – пилообразный сигнал

Лабораторная работа реализована в среде Matlab. Для запуска лабораторной работы в командном окне программы введите команду

lab02

Внимание! При введении числовой информации вместо запятой в десятичной дроби ставится точка. Пример: 0.0125.

После запуска программы осуществите проверку правильности расчета спектра периодического сигнала. Для этого в появившемся меню выберите сигнал, для которого был рассчитан спектр. Введите параметры сигнала. В окне программы будут отображены графики амплитудного и фазового спектров анализируемого сигнала. Сравните результаты расчетов с зависимостями, полученными на компьютере. Если графики совпадают, приступайте к выполнению лабораторной работы. Для этого в появившемся меню необходимо нажать кнопку с надписью «Перейти к опыту 1». Если же результаты не совпали с результатами, выведенными на экран монитора, то необходимо найти ошибку и устранить её.

1. Формирование сигнала по заданному спектру

Цель данного опыта: исследование влияния числа гармоник на форму восстановленного по ним сигнала и сравнение восстановленного сигнала с исходным сигналом.

С помощью меню выберите сигнал согласно номеру варианта. Задайте число гармоник N для выбранного сигнала, введите в командном окне его параметры: амплитуду, период и длительность импульса. В программе рассчитываются параметры первых N гармоник спектра сигнала. По результатам расчетов на экран выводятся графики исходного периодического сигнала и сигнала, восстановленного по первым N гармоникам, а также односторонний амплитудный и фазовый спектры.

Занести в отчет графики исходного сигнала и сигналов, восстановленных по 5 и 20 гармоникам, графики амплитудного и фазового спектров.

2. Исследование влияния отдельных гармоник на форму сигнала

Цель данного опыта – исследовать влияние параметров отдельных гармоник на форму сигнала и сравнить форму исходного сигнала с сигналом, в спектре которого изменены амплитуда и начальная фаза отдельных гармоник.

С помощью меню выберите вид сигнала. Задайте число гармоник $N = 10$ для выбранного сигнала, введите в командном окне его параметры: амплитуду, период и длительность импульса аналогично опыту 1.

Введите номер гармоники, параметры которой (амплитуду и начальную фазу) необходимо изменить. Отметим, что номер постоянной составляющей A_0 равен нулю ($N_0 = 0$). При первом проведении опыта 2 желательно выбрать номер гармоники равным нулю или единице. В программе будут рассчитаны амплитуды и фазы первых 10 гармоник, включая постоянную составляющую. В то же время на экране появится меню, в котором будет предложено изменить амплитуду, начальную фазу или ничего не менять в выбранной гармонике. При этом на кнопках «Амплитуду» и «Начальную фазу» указаны исходные значения этих параметров. Нажав на соответствующую кнопку меню, можно изменить значение параметра. Например, вы меняете амплитуду, равную 3 В. После нажатия на кнопку «Амплитуду» в командном окне высветится строчка «Текущее значение $A = 3$ Новое значение $A =$ ». Введите новое значение амплитуды. После этого опять появится меню с измененным значением амплитуды. Если вы больше ничего не хотите менять в параметрах этой гармоники, нажмите на кнопку «Ничего не менять». Программа приступит к расчету нового сигнала и выведет его на экран вместе с исходным сигналом. Новый сигнал отображается синим цветом, исходный – зеленым. В программе с помощью меню можно вывести на экран амплитудный и фазовый спектры исходного и измененного сигналов.

При проведении этого опыта рекомендуется начинать с исключения первой гармоники из спектра сигнала. Для этого, не меняя фазы, достаточно амплитуду гармоники приравнять к нулю. Затем изменить величину постоянной составляющей. Напомним, что для этого следует выбрать номер гармоники и ее фазу равными нулю.

Занесите в отчет графики исходного сигнала и сигнала, построенного после изменения параметров одной из гармоник и постоянной составляющей, а также их амплитудные и фазовые спектры.

3. Исследование влияния периода повторения сигнала на его спектр

Цель данного опыта – исследовать влияние периода повторения сигнала на его амплитудный спектр.

С помощью меню выберите вид сигнала. Введите в командном окне его параметры: амплитуду, период и длительность импульса. В программе будут рассчитаны параметры первых 10 гармоник спектра сигнала. Затем через командное окно введите новое значение периода сигнала T_2 . Рекомендуется взять его в два раза больше исходного периода T_1 . Затем введите новое значение периода T_3 в десять раз больше исходного периода T_1 . С помощью меню выведите графики этих спектров на экран. Занесите полученные графики в отчет.

4. Сделать выводы по проделанной работе.

В выводах отразить:

- влияние числа гармоник спектра на форму восстановленного сигнала;
- выводы о том, какие участки сигнала восстанавливаются по меньшему числу гармоник;
 - вывод о том, какие составляющие спектра (низкочастотные или высокочастотные) формируют медленно меняющиеся компоненты сигнала, а какие – быстро меняющиеся;
 - выводы о том, как ведут себя амплитуды гармоник спектра с ростом частоты;
 - как влияет изменение амплитуды и фазы гармоники на форму восстановленного сигнала;
 - как влияет период повторения сигнала на форму огибающей спектра;
 - как влияет период повторения сигнала на амплитуду и частоту первой гармоники спектра;

Варианты заданий

Номер вар.	Вид сигнала	Амплитуда E, В	Период T, мс	Длительность τ_u , мс
1	Прямоугольные импульсы	5	1	0,2
2	Прямоугольные импульсы	5	1	0,1
3	Прямоугольные импульсы	5	0,5	0,1
4	Прямоугольные импульсы	5	0,5	0,05
5	Прямоугольные импульсы	4	1	0,25
6	Прямоугольные импульсы	4	1	0,125
7	Прямоугольные импульсы	4	0,5	0,125
8	Прямоугольные импульсы	10	0,5	0,1
9	Пилообразное напряжение	4	1	–
10	Пилообразное напряжение	3	0,5	–
11	Пилообразное напряжение	2	1	–
12	Пилообразное напряжение	8	0,5	–
13	Пилообразное напряжение	4	0,5	–
14	Пилообразное напряжение	3	1	–
15	Пилообразное напряжение	2	0,5	–
16	Пилообразное напряжение	8	1	–
17	Меандр нечетный	4	1	–
18	Меандр нечетный	3	0,5	–
19	Меандр нечетный	2	1	–
20	Меандр нечетный	8	0,5	–
21	Меандр нечетный	4	0,5	–
22	Меандр нечетный	3	1	–
23	Меандр нечетный	2	0,5	–
24	Меандр нечетный	8	1	–
25	Треугольные импульсы	1	1	0,2
26	Треугольные импульсы	1	0,5	0,1
27	Треугольные импульсы	2	1	0,5
28	Треугольные импульсы	2	1	0,25
29	Треугольные импульсы	2	1	1
30	Треугольные импульсы	1	0,5	0,25

Примечание. Варианты 25-30 рекомендуется выдавать более подготовленным студентам.