

Фильтр Чебышева (тип Т)

В фильтрах Чебышева в качестве функции фильтрации $F(\Omega)$ используется квадрат полинома Чебышева

$F(\Omega) = T_n^2(\Omega)$, где $T_n(\Omega)$ -полином Чебышева степени n. Приведем полиномы Чебышева нулевой и первой степени $T_0(\Omega) = 1$; $T_1(\Omega) = \Omega$. Полиномы более высоких степеней можно определить по рекуррентной формуле $T_{n+1}(\Omega) = 2\Omega \cdot T_n(\Omega) - T_{n-1}(\Omega)$. Используя эту формулу, определим полиномы второй и третьей степени. Тогда $T_2(\Omega) = 2\Omega \cdot T_1(\Omega) - T_0(\Omega) = 2\Omega^2 - 1$;
 $T_3(\Omega) = 2\Omega \cdot T_2(\Omega) - T_1(\Omega) = 2\Omega(2\Omega^2 - 1) - \Omega = 4\Omega^3 - 3\Omega$

АЧХ и характеристика частотного затухания

$$K(\Omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 T_n^2(\Omega)}}$$

$$a(\Omega) = 10 \lg(1 + \varepsilon^2 T_n^2(\Omega))$$

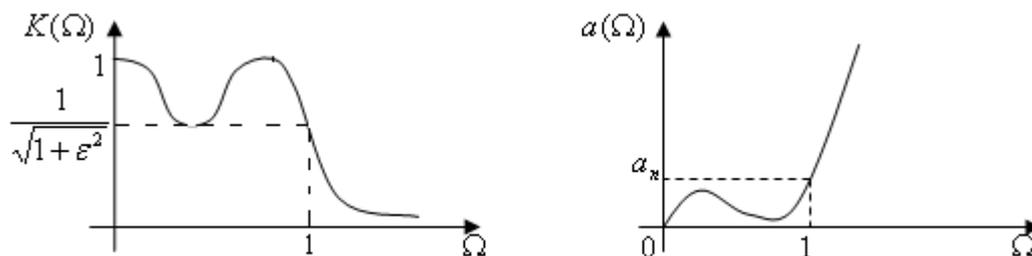


Рис.7.1 АЧХ и функция частотного затухания фильтра Чебышева

Для АЧХ фильтра Чебышева характерны равновеликие пульсации в полосе пропускания и резкий спад при переходе к полосе задержания. Полиномы Чебышева обеспечивают самый быстрый спад АЧХ при данной степени полинома. Следовательно, фильтры Чебышева обеспечивают наилучшее подавление помехи в полосе задержания среди фильтров того же порядка, у которых функция фильтрации описывается полиномами. Например, по сравнению с фильтрами Баттерворта при равном затухании в полосе пропускания фильтры Чебышева выигрывают в затухании в полосе задержания на $6(n-1)$ децибел, где n- порядок фильтра.

Определение порядка фильтра Чебышева:

Порядок фильтра находится из условия $10 \lg(1 + \varepsilon^2 T_n^2(\Omega_s)) \geq a_s \Rightarrow n$, т.е. затухание на границе полосы задержания $10 \lg(1 + \varepsilon^2 T_n^2(\Omega_s))$ не должно быть меньше заданного значения a_s .

Решение неравенства осуществляется рекуррентно:

$$n_1 = 2 \Rightarrow 10 \lg(1 + \varepsilon^2 T_2^2(\Omega_s)) < a_s \Rightarrow n_2 = n_1 + 1$$

...

$$n_k = n_{k-1} + 1 \Rightarrow 10 \lg(1 + \varepsilon^2 T_k^2(\Omega_s)) \geq a_s \Rightarrow n = n_k$$

Расчёт полюсов фильтра Чебышева осуществляется по формулам:

$$\hat{P}_{\Pi m+1} = -\sin \Phi_1 \cdot sh \Phi_2 + j \cos \Phi_1 \cdot ch \Phi_2$$

$$m = 0 \div n - 1$$

$$\Phi_1 = (2m + 1) \cdot \frac{\pi}{2n}; \quad \Phi_2 = \frac{1}{n} \ln \left(\frac{1}{\varepsilon} + \sqrt{\frac{1}{\varepsilon^2} + 1} \right)$$

$$sh(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}); \quad ch(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$$

Синтез частотно-избирательных фильтров (ЧИФ) других типов на основе ФНЧ.

<p>Дано:</p> <p>a_n, a_3</p> <p>Тип фильтра:</p> <p>Баттерворда (р)</p> <p>Чебышева (т)</p> <p>Граничные частоты</p> <p>$\omega_{zp}(f_{zp}),$</p> <p>Сопротивление нагрузки</p> <p>R_n</p>	<p><u>Используемые обозначения и функции пересчета</u></p> <p>S – аргумент передаточной функции синтезируемого ЧИФ</p> <p>$S = f_1(\hat{p}, \omega_n)$, где $f_1(\hat{p}, \omega_n)$ функция пересчета аргумента \hat{p} ФНЧ прототипа в аргумент S передаточной функции синтезируемого ЧИФ</p> <p>\hat{p} - нормированный аргумент передаточной функции ФНЧ прототипа</p> <p>ω_n - нормирующая частота</p> <p>$\omega_n = f_2(\omega_{zp})$ - функция, определяющая нормирующую частоту</p> <p>$\Omega_{знч}$ - нормированная граничная частота полосы задержания ФНЧ прототипа</p>
<p>Схема - ?</p> <p>$\Omega_{знч} = f_3(\omega_{zp}, \omega_n)$</p>	<p>Алгоритм синтеза ЧИФ других типов на основе ФНЧ:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\omega_n = f_2(\omega_{zp})$ - рассчитываем нормирующую частоту. 2. $\Omega_{знч}$ - рассчитываем нормированную граничную частота полосы задержания ФНЧ прототипа 3. $\Omega_{знч}; a_n, a_3 \rightarrow K(\hat{p}), \hat{p}_{0i}, \hat{p}_{nj}(\text{ФНЧ})$ - определяем передаточную функцию ФНЧ прототипа 4. $K(\hat{p}) \rightarrow K_{\text{чиф}}(S) \quad \hat{p}_{0i}, \hat{p}_{nj} \rightarrow S_{0i}, S_{nj}$ - пересчитываем передаточную функцию ФНЧ прототипа в передаточную функцию синтезируемого ЧИФ 5. Определяем и рассчитываем принципиальную схему фильтра.

Вместо п.п. 4 и 5 возможен и другой путь определения схемы ЧИФ – по передаточной функции ФНЧ прототипа можно найти принципиальную схему ФНЧ прототипа, а затем пересчитать её в принципиальную схему синтезируемого ЧИФ. Схема решения задачи синтеза приведена на рисунке 7.2.

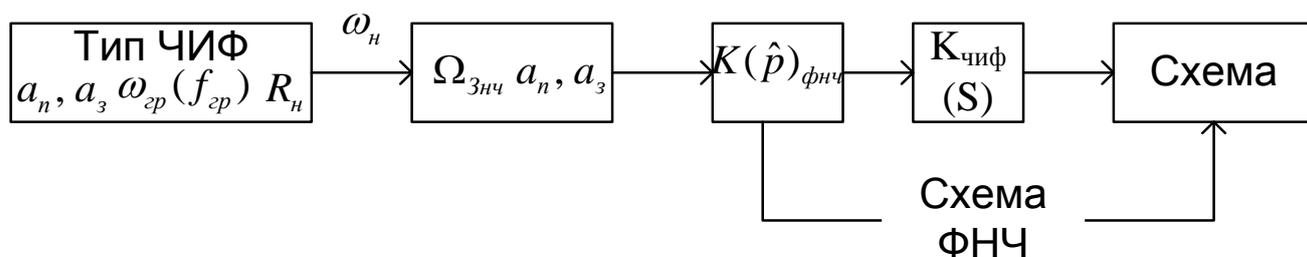


Рис.7.2

Синтез ФВЧ

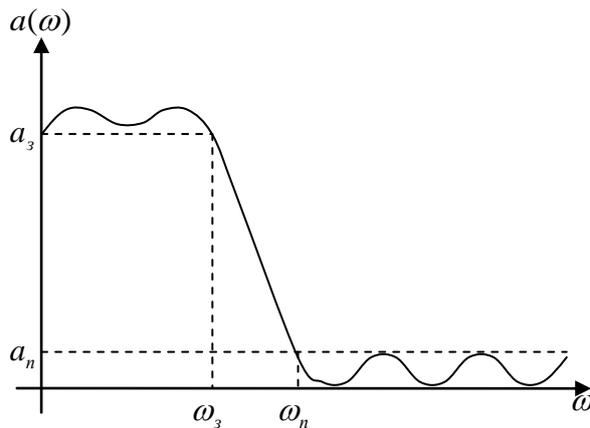


Рис.7.3. Типовая характеристика частотного затухания ФВЧ

<u>Дано:</u>	<u>Формулы пересчёта</u>
ω_n, f_n ω_3, f_3 a_n a_3 $R_n, \text{Тип фильтра}$	$\hat{p} = \frac{\omega_n}{S}$ <p style="text-align: center;"><i>- нормированного аргумента \hat{p} передаточной функции ФНЧ прототипа в аргумент S передаточной функции синтезируемого ФВЧ</i></p> $\Omega_{зпч} = \frac{\omega_n}{\omega_3} = \frac{f_n}{f_3}$ <p style="text-align: center;"><i>- эквивалентной нормированной граничной частоты полосы задержания ФНЧ прототипа,</i></p> <p>где $\omega_n = \omega_n$ - нормирующая частота</p>
<hr/> Схема фильтра?	

Пример

Найти передаточную функцию ФВЧ на основе передаточной функции ФНЧ и построить АЧХ.

Дано: $n = 1$ $K(\hat{p}) = \frac{1}{\hat{p} + 1}$ $\hat{p} = \frac{\omega_n}{S}$	Решение: $K(S)_{вч} = \frac{1}{\frac{\omega_n}{S} + 1} = \frac{S}{S + \omega_n}$ Передаточная функция ФВЧ имеет один нуль $S_0=0$ и один полюс $S_n=-\omega_n$ По диаграмме нулей и полюсов можно построить график АЧХ.
<hr/> $K(S)_{вч} = ?$	

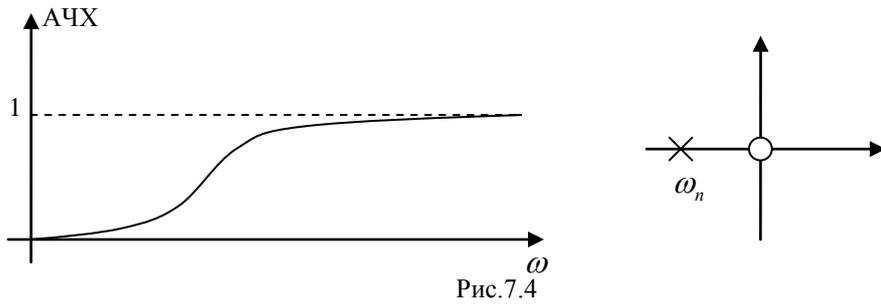


Рис.7.4

На рисунке 7.4 изображены АЧХ ФВЧ и диаграмма нулей и полюсов передаточной функции ФВЧ.

Синтез полосно-пропускающих фильтров.

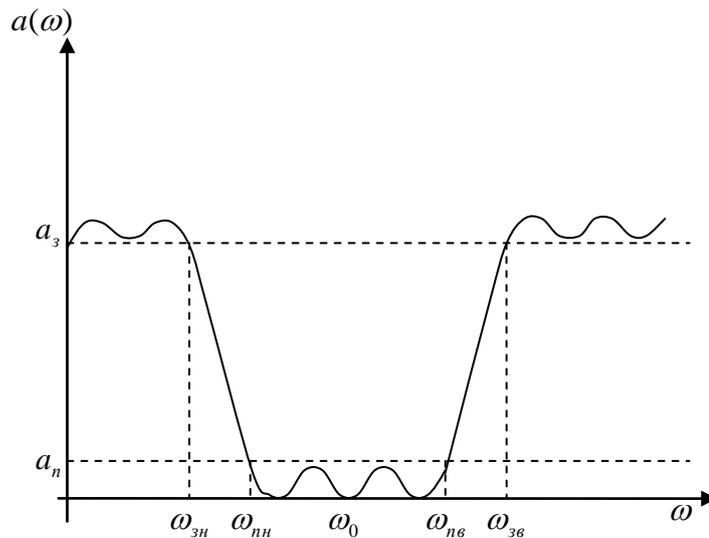


Рис.7.5. Типовая характеристика частотного затухания ППФ

Дано:

$$\omega_0 \quad f_0$$

$$\omega_{nv} \quad f_{nv}$$

$$\omega_{3v} \quad f_{3v}$$

$$a_n$$

$$a_3$$

R_n , Тип фильтра

Расчёт нижних граничных частот:

$$\omega_{nn} \cdot \omega_{nv} = \omega_0^2 \rightarrow \omega_{nn} = \frac{\omega_0^2}{\omega_{nv}}$$

$$\omega_{3n} \cdot \omega_{3v} = \omega_0^2 \rightarrow \omega_{3n} = \frac{\omega_0^2}{\omega_{3v}}$$

Формулы пересчёта:

$$\hat{p} = \frac{S^2 + \omega_n^2}{S \cdot B} \text{ - нормированного аргумент передаточной функции ФНЧ прототипа в аргумент передаточной функции синтезируемого ППФ}$$

Схема

фильтра -?

$$\Omega_{3нч} = \frac{\omega_{3v} - \omega_{3n}}{\omega_{nv} - \omega_{nn}} = \frac{f_{3v} - f_{3n}}{f_{nv} - f_{nn}} \text{ эквивалентной нормированной граничной частоты полосы задержания ФНЧ прототипа,}$$

где $B = \omega_{nv} - \omega_{nn}$ - полоса пропускания ППФ

$$\omega_n = \omega_0 \text{ - нормирующая частота}$$

Пример

Найти передаточную функцию ППФ на основе передаточной функции ФНЧ и построить АЧХ.

Дано:

$$n = 1$$

$$K(\hat{p}) = \frac{1}{\hat{p} + 1}$$

$$\hat{p} = \frac{S^2 + \omega_0^2}{S \cdot B}$$

$K(S) = ?$

Решение:

$$K(S) \frac{1}{\frac{S^2 + \omega_0^2}{S \cdot B} + 1} = \frac{BS}{S^2 + BS + \omega_0^2}$$

$$S_{n1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4\omega_0^2}}{2} \approx \frac{-B \pm 2j\omega_0}{2} = -\frac{B}{2} \pm j\omega_0 \text{ (т.к. } \omega_0 \gg B)$$

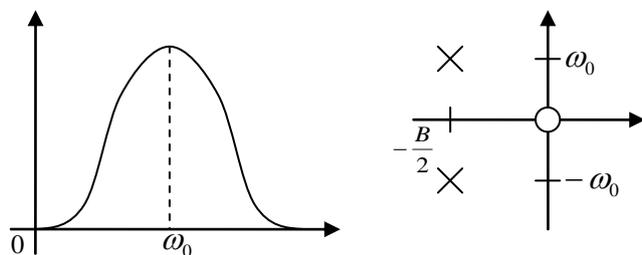


Рис.7.6

На рисунке 7.6 изображены АЧХ ППФ и диаграмма нулей и полюсов передаточной функции ППФ.

Контрольные вопросы.

1. В чем преимущество фильтра Чебышева перед фильтром Баттерворда?
2. В чем преимущество фильтра Баттерворда перед фильтром Чебышева?
3. Как рассчитывается порядок фильтра Чебышева?
4. Сформулируйте алгоритм синтеза фильтров (ЧИФ) других фильтров на основе ФНЧ.
5. Какой исходной информацией надо обладать для синтеза ФВЧ?
6. Какой исходной информацией надо обладать для синтеза ППФ?
7. Можно ли по принципиальной схеме ФНЧ прототипа найти принципиальную схему синтезируемого ЧИФ?
8. Чем качественно отличается диаграмма нулей и полюсов синтезируемого ФВЧ от диаграммы нулей и полюсов ФНЧ прототипа?
9. Чем качественно отличается диаграмма нулей и полюсов синтезируемого ППФ от диаграммы нулей и полюсов ФНЧ прототипа?

Типовые задачи к экзамену

1. Определить порядок ФНЧ (тип Т) для следующих исходных данных: $a_n=3$ дБ; $a_3=40$ дБ.; $f_n=1$ кГц; $f_3=2$ кГц. Сравнить с порядком ФНЧ (тип Р). Объяснить результат.
2. Определить порядок, нули и полюса, передаточную функцию ФВЧ (тип Р) для следующих исходных данных: $a_n=3$ дБ; $a_3=40$ дБ.; $f_n=2$ кГц; $f_3=1$ кГц.
3. Определить порядок, нули и полюса, передаточную функцию ППФ (тип Р) для следующих исходных данных: $a_n=3$ дБ; $a_3=30$ дБ.; $f_o=1000$ кГц; $f_{нв}=1100$ кГц; $f_{зв}=1400$ кГц.